

AYT

Integral

öSYM  
tarzında

Soru Bankası



endemik  
yayınları

Endemik Yayınları markası Tuna Matbaacılık AŞ'nin tescilli markasıdır. Bu eserin her türlü yayın hakkı Tuna Matbaacılık AŞ'ye aittir. Bu eserden 5846 ve 2936 "Fikir ve Sanat Eserleri Yasası" hükümleri gereğince kaynak gösterilerek bile olsa alıntı yapılamaz, eser herhangi bir şekilde çoğaltılamaz, genel ağ ve diğer elektronik ortamlarda yayımlanamaz.

## ENDEMİK YAYINLARI



Bahçekapı Mah. 2460. Cad. No:7 06370 Şaşmaz-ANKARA



[www.endemikyayinlari.com.tr](http://www.endemikyayinlari.com.tr)



[endemik@endemikyayinlari.com.tr](mailto:endemik@endemikyayinlari.com.tr)



**444 6 814**

ISBN: 978-625-7430-79-1

Yayıncı Sertifika No: 49461

## ÖNERİLERİNİZ İÇİN



[oneri@endemikyayinlari.com.tr](mailto:oneri@endemikyayinlari.com.tr)

## GRAFİK TASARIM

Endemik Yayınları Dizgi Birimi - 1

## GENEL DAĞITIM

**BORA YAYINCILIK DAĞITIM / İSTANBUL**



0212 451 41 00 pbx



0212 451 41 08-58



[www.boradagitim.com](http://www.boradagitim.com)



[info@boradagitim.com](mailto:info@boradagitim.com)

## BASKI YERİ

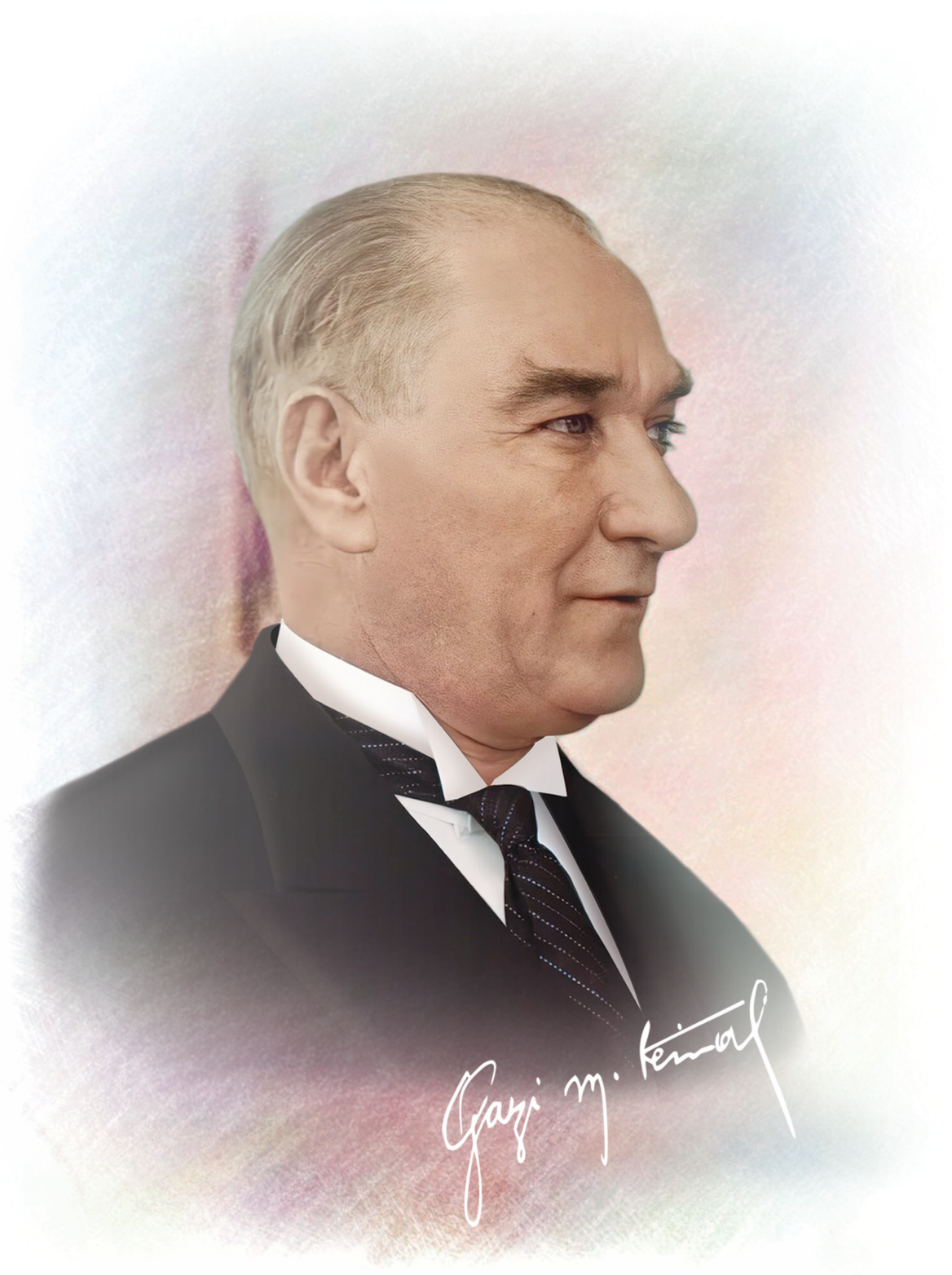
**TUNA MATBAACILIK AŞ. / ANKARA**



[www.tunamatbaacilik.com.tr](http://www.tunamatbaacilik.com.tr)

Sertifika No: 49461





## Sevgili Öğrenciler,

Okul başarınızı artırmak ve üniversite sınavında hedefinize ulaşmak için düzenli ve planlı çalışmalı, bu doğrultuda titizlikle hazırlanmış kaynak kitapları kullanmalısınız. Hem okulda hem de üniversite sınavında başarıya ulaşmanız için size yol arkadaşlığı yapacak olan **AYT İNTEGRAL SORU BANKASI**, ÖSYM tarzı sorular ve T.C. Millî Eğitim Bakanlığınca yayımlanan öğretim programı esas alınarak uzman bir ekip tarafından hazırlanmıştır.

Endemik Soru Bankası, farklı zorluk seviyelerindeki soruları içermektedir. Soruların zorluk seviyeleri, bir bisikletlinin parkurda katettiği aşamalarla gösterilmiştir. Bisikletli parkurda yol aldıkça soruların zorluk seviyesi de artmaktadır. Her bir aşama, işlenen konunun daha iyi kavranması amacıyla hazırlanmıştır. Ayrıca işlenen konunun pekiştirilmesi amacıyla özet bölümü ve çözümlü testlere de yer verilmiştir.



Bu aşamadaki sorular, kazanımı kavratmaya yönelik temel kavramları içerir. İşlenen konuyla ilgili bilgilerinizi hatırlamanıza ve pekiştirmenize katkıda bulunur.



Bu aşamadaki sorular, analitik düşünme becerilerinizi zorlayarak işlenen konuyu daha geniş bir perspektiften ele almanıza yardımcı olur. Karmaşık durumları anlamaya ve en etkili yol üzerinde düşünmeye teşvik eder.



Bu aşamadaki sorular, ileri düzey analitik düşünme ve doğru karar alma becerilerinizi geliştirmenizi sağlar. Doğru cevaplanan soru sayısının artması, işlenen konunun derinlemesine anlaşıldığını gösterir.



Bu aşamadaki sorular, eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerinizi geliştirerek performansınızı üst düzeye çıkarmanıza katkıda bulunur.



Akıllı cihazlarla okutulduğunda soruların çözümüne yönlendiren karekodlardır.



Bu kitabın hazırlanmasında emeği geçen **ORHAN BİLEN**'e teşekkür ederiz.

# İÇİNDEKİLER

## TÜREVDEN İNTEGRALE GEÇİŞ

Türevden İntegrale Geçiş - Diferansiyel Kavramı .....	6
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	10
ÇÖZÜMLÜ TEST 2 .....	14
TEST 1 .....	18
TEST 2 .....	20

## DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

Değişken Değişirme Yöntemi .....	22
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	26
ÇÖZÜMLÜ TEST 2 .....	30
TEST 1 .....	34
TEST 2 .....	36

## BELİRLİ İNTEGRAL

Belirli İntegral - Belirli İntegralin Özellikleri .....	38
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	42
ÇÖZÜMLÜ TEST 2 .....	46
TEST 1 .....	50
TEST 2 .....	52
TEST 3 .....	54

## PARÇALI FONKSİYONLARIN VE MUTLAK DEĞER FONKSİYONLARININ İNTEGRALİ

Parçalı Fonksiyonlarda İntegral - Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali .....	56
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	60
TEST 1 .....	64

## İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

İntegral ile Alan Hesabı .....	66
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	76
ÇÖZÜMLÜ TEST 2 .....	80
ÇÖZÜMLÜ TEST 3 .....	84
TEST 1 .....	88
TEST 2 .....	90
TEST 3 .....	92

## ÇEMBER DENKLEMİ İLE İNTEGRALDE ALAN HESABI

Çember Denklemi ile İntegralde Alan Hesabı .....	94
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	98
TEST 1 .....	102

## TEK VE ÇİFT FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ VE RIEMANN TOPLAMI

Tek ve Çift Fonksiyonlar - Tek Fonksiyonların İntegrali - Çift Fonksiyonların İntegrali - Riemann Toplamı .....	104
ÇÖZÜMLÜ TEST 1 .....	108
TEST 1 .....	112

## İNTEGRALİN FİZİKSEL YORUMU

İntegralin Fiziksel Yorumu .....	114
TEST 1 .....	116

## KARMA TESTLER

TEST 1 .....	118
TEST 2 .....	120
TEST 3 .....	122
TEST 4 .....	124
TEST 5 .....	126
TEST 6 .....	128
TEST 7 .....	130

## ENDEMİK TESTLER

Endemik Test 1 .....	132
Endemik Test 2 .....	134
Endemik Test 3 .....	136
Endemik Test 4 .....	138
Endemik Test 5 .....	140
Endemik Test 6 .....	142

CEVAP ANAHTARI .....	144
----------------------	-----

### Türevden İntegrale Geçiş

Bu bölümde türevi alınmış bir fonksiyonun integrali alınarak fonksiyonun kendisi bulunmaya çalışılacaktır.

Türevi  $f'(x)$  olan  $f(x) + c$  fonksiyonuna  $f'(x)$  fonksiyonunun **belirsiz integrali** denir ve

$$\int f'(x) dx = f(x) + c$$

biçiminde gösterilir.

“ $\int$ ” simgesi integral işaretidir.

$$\int f'(x) dx = f(x) + c$$

gösterimindeki  $dx$  sembolü bağımsız değişkenin  $x$  olduğunu yani integralin  $x$  değişkenine göre alınacağını gösterir.  $c$  gerçek sayısı ise integral sabitidir.

### Diferansiyel Kavramı

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu  $x \in A$  için türevlenebilir ise

$$df(x) = f'(x) dx$$

ifadesine  $f$  fonksiyonunun  $x \in A$  da **diferansiyeli** denir.

Bir fonksiyonun diferansiyeli o fonksiyonun türevi ile bağımsız değişkenin çarpımına eşittir.

Örnek:

$$\Rightarrow d(x^5 + x^3) = (5x^4 + 3x^2) dx$$

$$\Rightarrow d(3x + 2) = 3 dx$$

$$\Rightarrow d(a^3 + 5a) = (3a^2 + 5) da$$

$$\Rightarrow d(x^3 + y^2) = 3x^2 dx + 2y dy$$

$$\Rightarrow d(x^3 + y^2) = 3x^2 dx + 2y dy$$

$$\Rightarrow d(f(x)) = f'(x) dx \text{ olduğundan}$$

$$d(f(x)) = f'(x) dx \text{ olduğundan}$$

$$f'(x) dx = x^3 dx + x^2 dx \text{ olur.}$$

$$f'(x) dx = (x^3 + x^2) dx$$

$$f'(x) = x^3 + x^2 \text{ dir.}$$

### Özellikler

$$\bullet \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\Rightarrow \int [x^4 - x^3] dx = \int x^4 dx - \int x^3 dx$$

$$\Rightarrow \int \left[ x^2 + \frac{3}{x} - 4\sqrt{x} \right] dx = \int x^2 dx + \int \frac{3}{x} dx - \int 4\sqrt{x} dx$$

$$\bullet \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$$

Örnek:

$$\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$$

$$\int -\frac{2}{3} g(x) dx = -\frac{2}{3} \int g(x) dx$$

### Temel Bilgiler

$$\bullet \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$$

$$\bullet \int f^n(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + c$$

$$\bullet d\left(\int f(x) dx\right) = f(x) dx$$

$$d \int (3x^2 - 5x + 2) dx = (3x^2 - 5x + 2) dx$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

$$\frac{d}{dx} \int (2x^3 + 7) dx = 2x^3 + 7$$

$$\bullet \int d(f(x)) = \int f'(x) dx = f(x) + c$$

$$\int d(x^5 - x^2 + 1) = \int (5x^4 - 2x) dx = x^5 - x^2 + c$$

$$\bullet \int \left( \frac{d}{dx} f(x) \right) dx = f(x) + c$$

$$\int \left[ \frac{d}{dx} (x^3 + \sqrt{x} - 3) \right] dx = x^3 + \sqrt{x} + c$$

**Örnek:**

$$\int 4x^3 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 + c$                       B)  $x^4 + c$                       C)  $x^5 + c$   
D)  $x^7 + c$                       E)  $x^8 + c$

**Çözüm:**

$f(x) = x^4$  fonksiyonunun türevi  $f'(x) = 4x^3$

$f(x) = x^4 + 5$  fonksiyonunun türevi  $f'(x) = 4x^3$

$f(x) = x^4 - 8$  fonksiyonunun türevi  $f'(x) = 4x^3$

$f(x) = x^4$ ,  $f(x) = x^4 + 5$  ve  $f(x) = x^4 - 8$

fonksiyonlarının hepsinin türevi  $4x^3$ tür.

Türevi alınmış bir fonksiyonun integrali alınarak kendisi bulunmaya çalışılır.

O hâlde

$f'(x) = 4x^3$  olan  $f(x)$  fonksiyonları

$f(x) = x^4$ ,  $f(x) = x^4 + 5$ ,  $f(x) = x^4 - 8$  ...

olabilir.

Yani türevi  $4x^3$  olan sonsuz sayıda fonksiyon vardır. Bu fonksiyonlarda fonksiyonun sabiti belirsizdir. Bu sabiti  $c$  harfiyle gösterdiğimizde  $f(x) = x^4 + c$  bulunur. Bu durum  $c$  gerçek sayısını içeren integrali belirsiz hâle getirir.

O hâlde

$f'(x) = 4x^3$  fonksiyonunun integrali

$$\int 4x^3 dx = x^4 + c, (c \in \mathbb{R}) \text{ bulunur.}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$\int 5 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + 5$                       B)  $x^5 + c$                       C)  $x^4 + c$   
D)  $5x + c$                       E)  $5x^5 + c$

**Çözüm:**

$5x$ 'in türevi  $5$ 'tir.

Bu durumda

$$\int 5 dx = 5x + c \text{ bulunur.}$$

**Cevap: D**

**Örnek:**

$$\int (f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f(x) + g(x) + c$                       B)  $f(x) - g(x) + c$   
C)  $g(x) - f(x) + c$                       D)  $f(x) \cdot g(x) + c$   
E)  $f'(x) \cdot g'(x) + c$

**Çözüm:**

$f(x) \cdot g(x)$  çarpımının türevi

$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$  olduğundan

$$\int [f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)] dx$$

$$\int [f(x) \cdot g(x)]' dx$$

$$= f(x) \cdot g(x) + c \text{ bulunur.}$$

**Cevap: D**

**Örnek:**

$$\int x^5 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $5x^4 + c$                       B)  $x^4 + c$                       C)  $\frac{x^4}{4} + c$   
D)  $\frac{x^5}{5} + c$                       E)  $\frac{x^6}{6} + c$

**Çözüm:**

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1) \text{ olduğundan}$$

$$\int x^5 dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} = \frac{x^6}{6} + c \text{ 'dir.}$$

**Cevap: E**



**Örnek:**

$$\int (x^2 + a^3 + 5) da$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{x^3}{3} + 5x + c$  B)  $\frac{x^3}{3} + c$   
C)  $x^2 a + \frac{a^4}{4} + 5a + c$  D)  $x^3 + a^3 x + c$   
E)  $x^3 + c$

**Çözüm:**

“da” sembolü bağımsız değişkenin a olduğunu, a değişkenine göre integralin alınacağını belirtir. Bu durumda  $x^2$  ve 5 sabit alınır.

$$\int (x^2 + a^3 + 5) da = x^2 a + \frac{a^4}{4} + 5a + c$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$\int f(x) dx = x^2 + 9x + 5$$

olduğuna göre  $f(3)$  kaçtır?

- A) 3 B) 7 C) 15 D) 19 E) 21

**Çözüm:**

İntegrali alınmış bir ifadenin türevi alınarak kendisi bulunur.

$$\int f(x) dx = x^2 + 9x + 5 \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafının türevi alınır.})$$

$$f(x) = 2x + 9$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 9 = 15 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$f(2) = 15$$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^2 + 3x + 2$  B)  $x^2 + 3x - 2$   
C)  $x^2 + 3x + 5$  D)  $x^2 + 3x$   
E)  $3x + 5$

**Çözüm:**

Türevi alınmış bir fonksiyonun integrali alınarak kendisi bulunur.

$$f'(x) = 2x + 3 \quad (\text{Eşitliğin her iki tarafının integrali alınır.})$$

$$f(x) = \int (2x + 3) dx$$

$$f(x) = x^2 + 3x + c$$

$$f(2) = 15 \text{ olduğundan}$$

$$2^2 + 3 \cdot 2 + c = 15$$

$$c = 5 \text{ olur.}$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 5 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

Bir hareketlinin herhangi bir t anındaki hızı

$$V(t) = (3t^2 + 4t + 5) \text{ m/sn. dir.}$$

**Bu hareketlinin harekete başladığı andan itibaren 3 saniye sonra aldığı yol 80 metre olduğuna göre harekete başladığı andan itibaren 5 saniye sonra aldığı yol kaç metredir?**

- A) 200 B) 220 C) 240  
D) 260 E) 280

**Çözüm:**

Hız fonksiyonunun integrali yol fonksiyonunu verir.

$V(t) = 3t^2 + 4t + 5$  (Eşitliğin her iki tarafının integrali alınır.)

$$X(t) = t^3 + 2t^2 + 5t + c$$

$$t = 3 \text{ için } 27 + 18 + 15 + c = 80$$

$$c = 20 \text{ olur.}$$

$$X(t) = t^3 + 2t^2 + 5t + 20$$

$$t = 5 \text{ için } 125 + 50 + 25 + 20 = 220 \text{ metredir.}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$V_1$  km/dk. ilk hızı ile harekete başlayan bir aracın harekete başladıktan  $t$  dakika sonra sahip olduğu hız  $V(t)$  ve  $V'(t) = 4nt$ 'dir.

**Aracın harekete başladıktan 3 dakika sonraki hızı  $37V_1$  olduğuna göre n aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $V_1$                       B)  $2V_1$                       C)  $3V_1$   
D)  $4V_1$                       E)  $6V_1$

**Çözüm:**

$$V'(t) = 4nt \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)}$$

$$\int V'(t) dt = \int 4nt dt$$

$$V(t) = 2nt^2 + c \text{ olur.}$$

$V_1$  km/dk. hızı ile harekete başlanıldığı için

$$t = 0 \text{ iken}$$

$$V(0) = V_1 \text{ olur.}$$

$$\text{O hâlde } c = V_1 \text{ dir.}$$

$$V(t) = 2nt^2 + V_1$$

$$t = 3 \text{ için}$$

$$2n \cdot 3^2 + V_1 = 37V_1$$

$$18n = 36V_1$$

$$n = 2V_1 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$\int d(x^5 + x^3 + 5x + 2)$$

**integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $x^5 + x^3 + 5x + c$                       B)  $x^4 + x^3 + 5x + c$   
C)  $x^5 + x^4 + 4x + c$                       D)  $2x^5 + 2x^3 + 5x + c$   
E)  $x^3 + x^2 + x + c$

**Çözüm:**

$$d f(x) = f'(x) dx \text{ olduğundan}$$

$$d(x^5 + x^3 + 5x + 2) = (5x^4 + 3x^2 + 5) dx \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int d(x^5 + x^3 + 5x + 2) &= \int (5x^4 + 3x^2 + 5) dx \\ &= x^5 + x^3 + 5x + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Cevap: A**

**Örnek:**

$$\int d(t^3 + 3t^2 - 5t + 4)$$

**integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $3t^2 + 6t - 5$                       B)  $3t^2 - 6t - 5$   
C)  $t^3 + 3t^2 + c$                       D)  $t^3 + 3t^2 - 5t$   
E)  $t^3 + 3t^2 - 5t + c$

**Çözüm:**

$$d[f(t)] = f'(t)dt \text{ olduğundan}$$

$$d(t^3 + 3t^2 - 5t + 4) = (3t^2 + 6t - 5) dt \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int d(t^3 + 3t^2 - 5t + 4) &= \int (3t^2 + 6t - 5) dt \\ &= t^3 + 3t^2 - 5t + c \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Cevap: E**



1.  $f'(x) = 8x^7$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

- A)  $x^8$                       B)  $x^8 - 5$                       C)  $x^8 + 10$   
D)  $x^8 + \frac{2}{3}$                       E)  $x^6 + 2$

2.  $\int dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $c$                       B)  $x + c$                       C)  $x^2 + c$   
D)  $-x + c$                       E)  $-x^2 + c$

3.  $\int (3x^2 + 2x + 4) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 + x^2 + 4x + c$   
B)  $3x^3 + x^2 + 4x + c$   
C)  $x^2 + x + c$   
D)  $3x^3 + 2x^2 + 4x + c$   
E)  $x^3 + x^2 + c$

4. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $\int (f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) dx = f(x) \cdot g(x) + c$   
B)  $\int (f(x) + x \cdot f'(x)) dx = x \cdot f(x) + c$   
C)  $\int (2x + f'(x)) dx = x^2 + f(x) + c$   
D)  $\int (f'(x) + x \cdot f''(x)) dx = x \cdot f'(x) + c$   
E)  $\int \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x} dx = \frac{f(x)}{x} + c$

5.  $\int (f'(x) - f''(x)) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f'(x) - f''(x) + c$                       B)  $f(x) - f'(x) + c$   
C)  $f(x) + c$                       D)  $f'(x) + c$   
E)  $f(x) - f''(x) + c$

6.  $\int 5f^4(x) f'(x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f^4(x) + c$                       B)  $f^5(x) + c$   
C)  $5f^4(x) + c$                       D)  $5f^5(x) + c$   
E)  $4f^5(x) + c$



7.  $\int x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $c$                       B)  $x + c$                       C)  $\frac{x^2}{2} + c$   
D)  $2x^2 + c$                       E)  $\frac{x^3}{3} + c$

8.  $\int 3 \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3x + c$                       B)  $5x + c$   
C)  $x^5 + c$                       D)  $\frac{x^5}{5} + c$   
E)  $\frac{x^6}{6} + c$

9.  $\int \frac{dx}{x^3}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{x^4}{4} + c$                       B)  $\frac{x^2}{2} + c$   
C)  $\frac{-1}{2x^2} + c$                       D)  $\frac{1}{2x^2} + c$   
E)  $\frac{-1}{2x^4} + c$

10.  $\int 9x^2 \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^2 + c$                       B)  $x^3 + c$   
C)  $\frac{x^3}{3} + c$                       D)  $\frac{x^3}{9} + c$   
E)  $3x^3 + c$

11.  $\int (x^5 + 2x - 5) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{x^6}{6} + x^2 - 5x + c$                       B)  $\frac{x^6}{3} + x^2 + 5x + c$   
C)  $6x^6 + x^2 - 5x + c$                       D)  $x^6 + c$   
E)  $x^6 + x^2 + c$

12.  $\int \left( \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + c$                       B)  $2x + c$   
C)  $x^2 + c$                       D)  $x^2 + x + c$   
E)  $x^2 + 2x + c$



1. Seçeneklerdeki fonksiyonlardan türevi  $8x^7$ ye eşit olmayan fonksiyon bulunur.

$$(x^8)' = 8x^7$$

$$(x^8 - 5)' = 8x^7$$

$$(x^8 + 10)' = 8x^7$$

$$\left(x^8 + \frac{2}{3}\right)' = 8x^7$$

$$(x^6 + 2)' = 6x^5$$

$x^6 + 2$  fonksiyonunun türevi  $8x^7$ ye eşit değildir.

Cevap: E

2.  $\int dx = \int 1 dx$

$x$ 'in türevi 1'dir.

Bu durumda

$$\int 1 dx = x + c \text{ bulunur.}$$

Cevap: B

3.  $\int (3x^2 + 2x + 4) dx = 3 \frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^2}{2} + 4x + c$

$$= x^3 + x^2 + 4x + c \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

4. A)  $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$  (Doğru)

B)  $[x \cdot f(x)]' = f(x) + x \cdot f'(x)$  (Doğru)

C)  $[x^2 + f(x)]' = 2x + f'(x)$  (Doğru)

D)  $[x \cdot f'(x)]' = f'(x) + x \cdot f''(x)$  (Doğru)

E)  $\left[\frac{f(x)}{x}\right]' = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2}$  (Yanlış)

Paydada  $x$  yerine  $x^2$  olmalıdır.

Cevap: E

5.  $f(x)$ in türevi  $f'(x)$  ve

$f'(x)$ in türevi  $f''(x)$  olduğundan

$(f(x) - f'(x))$ in türevi  $f'(x) - f''(x)$ tir.

$$\int (f'(x) - f''(x)) dx = f(x) - f'(x) + c \text{ bulunur.}$$

Cevap: B

6.  $f^5(x)$ in türevi  $5 f^4(x) \cdot f'(x)$ tir.

Bu durumda

$$\int 5 f^4(x) f'(x) dx = f^5(x) + c \text{ bulunur.}$$

Cevap: B





$$7. \int x \, dx = \frac{x^{1+1}}{1+1} = \frac{x^2}{2} + c \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$10. \int 9x^2 \, dx = 9 \frac{x^{2+1}}{2+1} + c = 9 \frac{x^3}{3} + c = 3x^3 + c$$

Cevap: E

$$8. \int a \, dx = ax + c \text{ olduğundan}$$

$$\int 3 \, dx = 3x + c \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$11. \int (x^5 + 2x - 5) \, dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} + 2 \frac{x^{1+1}}{1+1} - 5x + c = \frac{x^6}{6} + x^2 - 5x + c \text{ dir.}$$

Cevap: A

$$9. \int \frac{dx}{x^3} = \int x^{-3} \, dx = \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + c = \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2x^2} + c \text{ dir.}$$

Cevap: C

$$12. \int \left( \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) dx = \int \left( \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} \right) dx$$

$$= \int \left( \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1) \right) dx$$

$$= \int (\sqrt{1}+1) \, dx$$

$$= \int 2 \, dx$$

$$= 2x + c$$

Cevap: B

**1.**

$$x = 1 + 2^n$$

$$y = 2 + 4^n$$

biçiminde verilen  $y = f(x)$  fonksiyonunda

$$\int 3f(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $x^2 - 4x + c$

B)  $x^2 - 3x + c$

C)  $x^3 - 3x^2 + 6x + c$

D)  $x^3 - 3x^2 + 9x + c$

E)  $x^4 - x^3 + c$

**2.**

$$f'(x) = 4x^3 + 4x + 5$$

$$f(1) = 2$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

A) 28

B) 30

C) 36

D) 42

E) 48

**3.**

$$f''(x) = 6x + 8$$

$$f'(x) = 20$$

$$f(1) = 1$$

olduğuna göre  $f(3)$  kaçtır?

A) 18

B) 25

C) 36

D) 39

E) 43

**4.**

$f(x)$  fonksiyonunun üzerindeki  $(1, 4)$  noktasından geçen teğet doğrusu  $x$  eksenini pozitif yönde  $135^\circ$  lik açı yapmaktadır.

$$f''(x) = 6x$$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $y$  eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 7

D) 9

E) 10

5.  $f(x) = \int (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (x^2 - 2x + 4) dx$

$f(0) = \frac{6}{7}$

olduğuna göre  $f(1)$  kaçtır?

- A) -63                      B) -54                      C) -36  
D) -12                      E) 15

6. Bir şirketin sermayesinin t. yıldaki artış hızı

$S'(t) = (3t^2 + 2)$  bin TL/yıl

fonksiyonu ile veriliyor.

**Bu şirketin kurulduktan 4 yıl sonraki sermayesi 100 bin TL olduğuna göre şirket kaç bin TL sermaye ile kurulmuştur?**

- A) 18                      B) 24                      C) 28  
D) 36                      E) 40

7. Bir fabrikada üretilen malların üretim hızının  $(2t + 10)$  tane/saat olduğu bilinmektedir.

**Buna göre bu fabrikada 3. saatin sonundan 9. saatin sonuna kadar kaç tane mal üretilmiştir?**

- A) 96                      B) 120                      C) 132  
D) 144                      E) 160

8.  $f: \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{3} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$  olmak üzere

$f(x) = \frac{2x+1}{3x-5}$

fonksiyonu veriliyor.

**Buna göre**

$\int d(f^{-1}(x))$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $\frac{2x+1}{3x-5} + c$                       B)  $\frac{5x+1}{3x-2} + c$                       C)  $\frac{5x+1}{3x-5} + c$   
D)  $\frac{x+1}{3x-5} + c$                       E)  $\frac{2x+1}{3x-1} + c$



$$\begin{aligned}
 1. \quad & x = 1 + 2^n \Rightarrow 2^n = x - 1 \\
 & y = 2 + 4^n \\
 & = 2 + (2^n)^2 \\
 & = 2 + (x - 1)^2 \\
 & = x^2 - 2x + 3 \\
 & \int 3f(x) dx = \int 3(x^2 - 2x + 3) dx \\
 & = \int (3x^2 - 6x + 9) dx \\
 & = x^3 - 3x^2 + 9x + c
 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned}
 2. \quad & f'(x) = 4x^3 + 4x + 5 \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)} \\
 & \int f'(x) dx = \int (4x^3 + 4x + 5) dx \\
 & f(x) = x^4 + 2x^2 + 5x + c \\
 & f(1) = 1 + 2 + 5 + c = 2 \\
 & c = -6 \\
 & f(x) = x^4 + 2x^2 + 5x - 6 \\
 & f(2) = 16 + 8 + 10 - 6 \\
 & = 28 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$\begin{aligned}
 3. \quad & f''(x) = 6x + 8 \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)} \\
 & f'(x) = 3x^2 + 8x + c_1 \\
 & f'(2) = 20 \text{ olduğundan} \\
 & 3 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 + c_1 = 20 \\
 & c_1 = -8 \\
 & f'(x) = 3x^2 + 8x - 8 \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)} \\
 & f(x) = x^3 + 4x^2 - 8x + c_2 \\
 & f(1) = 1 \text{ olduğundan} \\
 & 1^3 + 4 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + c_2 = 1 \\
 & -3 + c_2 = 1 \\
 & c_2 = 4 \\
 & f(x) = x^3 + 4x^2 - 8x + 4 \\
 & f(3) = 3^3 + 4 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 4 \\
 & = 43 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Cevap: E

$$\begin{aligned}
 4. \quad & f(x) \text{ fonksiyonu } (1, 4) \text{ noktasından geçtiği için} \\
 & f(1) = 4 \text{ tür. } (1, 4) \text{ noktasından geçen teğet doğrusu } x \text{ eksenini} \\
 & \text{ile } 135^\circ \text{ lik açı yaptığından} \\
 & f'(1) = \tan 135^\circ = -1 \text{ olur.} \\
 & f''(x) = 6x \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)} \\
 & \int f''(x) dx = \int 6x dx \\
 & f'(x) = 3x^2 + c_1, \quad (f'(1) = -1 \text{ olduğundan}) \\
 & f'(1) = 3 \cdot 1^2 + c_1 \Rightarrow -1 = 3 + c_1 \Rightarrow c_1 = -4 \\
 & f'(x) = 3x^2 - 4 \text{ (Her iki tarafın integrali alınır.)} \\
 & \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 4) dx \\
 & f(x) = x^3 - 4x + c_2, \quad (f(1) = 4 \text{ olduğundan}) \\
 & f(1) = 1 - 4 + c_2 \Rightarrow 4 = -3 + c_2 \Rightarrow c_2 = 7 \\
 & f(x) = x^3 - 4x + 7 \\
 & y = f(x) \text{ fonksiyonunun } y \text{ eksenini kestiği noktanın apsisi } 0 \text{ olduğu} \\
 & \text{için fonksiyonun } y \text{ eksenini kestiği noktanın ordinatı} \\
 & f(0) = 0^3 - 4 \cdot 0 + 7 \\
 & = 7 \text{ bulunur.}
 \end{aligned}$$

Cevap: C

5.  $f(x) = \int (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (x^2 - 2x + 4) dx$   
 $x^2 - 4 = (x - 2) \cdot (x + 2)$  olduğundan  

$$f(x) = \int \frac{(x-2) \cdot (x^2 + 2x + 4)}{x^3 - 8} \cdot \frac{(x+2) \cdot (x^2 - 2x + 4)}{x^3 + 8} dx$$

$$= \int (x^3 - 8) \cdot (x^3 + 8) dx$$

$$= \int (x^6 - 64) dx$$

$$= \frac{x^7}{7} - 64x + c$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^7}{7} - 64x + c$$

$$f(0) = c = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x^7}{7} - 64x + \frac{6}{7}$$

$$f(1) = \frac{1}{7} - 64 + \frac{6}{7}$$

$$= -63 \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

6. Şirketin sermayesi  $S(t)$  olmak üzere

$$S'(t) = 3t^2 + 2$$

$$\int S'(t) dt = \int (3t^2 + 2) dt$$

$$S(t) = t^3 + 2t + c$$

Bu şirketin kurulduğunda sermayesi

$t = 0$  için  $S(0) = c$  bin TL'dir.

$$S(t) = t^3 + 2t + c$$

$$t = 4 \text{ için } 4^3 + 2 \cdot 4 + c = 100$$

$$72 + c = 100$$

$$c = 28 \text{ olur.}$$

Cevap: C

7. Üretim hızı, üretilen malların zamana göre türevi alınarak bulunmuştur. O hâlde üretim hızının integrali alınarak üretilen malların fonksiyonu bulunabilir.

$$\int (2t + 10) dt = t^2 + 10t + c$$

$$3. \text{ saatin sonuna kadar } 3^2 + 10 \cdot 3 + c = 39 + c \text{ tane}$$

$$9. \text{ saatin sonuna kadar } 9^2 + 10 \cdot 9 + c = 171 + c \text{ tane}$$

mal üretilmiştir.

$$3. \text{ saatin sonundan } 9. \text{ saatin sonuna kadar}$$

$$(171 + c) - (39 + c) = 132 \text{ tane mal üretilmiştir.}$$

Cevap: C

8. **Hatırlatma**

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \text{ ise}$$

$$f'(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{2x + 1}{3x - 5} \text{ ise } f^{-1}(x) = \frac{5x + 1}{3x - 2} \text{ dir.}$$

$$\int d(f(x)) = f(x) + c \text{ olduğundan}$$

$$\int d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) + c = \frac{5x + 1}{3x - 2} + c \text{ olur.}$$

Cevap: B





1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin türevi  $2x$  değildir?

A)  $x^2 - 5$       B)  $x^2 - 1$       C)  $x^2$   
D)  $x^2 + \frac{2}{3}$       E)  $x^2 + 2x$

2.  $f'(x) = 0$  olduğuna göre  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)  $\sqrt{2}$       B)  $x$       C)  $x + 2$   
D)  $x^2$       E)  $\sqrt{x}$

3.  $\int 5 dx$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $5x$       B)  $5x + c$       C)  $5x^2 + c$   
D)  $\frac{5}{x} + c$       E)  $x + c$

4.  $\int \left( \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $f(x) + g(x) + c$       B)  $f(x) \cdot g(x) + c$   
C)  $\frac{f(x)}{g(x)} + c$       D)  $\frac{g(x)}{f(x)} + c$   
E)  $f(x) - g(x) + c$

5.  $\int \sqrt[3]{x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^2} + c$       B)  $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2} + c$   
C)  $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + c$       D)  $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + c$   
E)  $15 \sqrt[3]{x^5} + c$

6.  $\int (x^2 + a^3 + 5) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{x^3}{3} + 5x + c$       B)  $\frac{x^3}{3} + a^3x + 5x + c$   
C)  $3x^3 + 5x + c$       D)  $3x^3 + a^3x + 5x + c$   
E)  $5x + c$





7.  $f''(x) = 6x - 2$

$f(1) = f'(1) = 5$

olduğuna göre  $f(0)$  kaçtır?

- A) -3      B) -1      C) 0      D) 1      E) 3

8.  $\int f(x) dx = x^3 + 2x$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 + 2x$       B)  $\frac{x^4}{4} + x^2 + c$   
C)  $3x^2 + 2$       D)  $3x^2$   
E)  $2x$

9.  $\int x \cdot f'(x) dx = 3x^4 + x^2 + 5$

$f(1) = 3$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A) 9      B) 15      C) 21      D) 28      E) 33

10. Bir hareketlinin herhangi bir  $t$  anındaki ivmesi

$a(t) = (6t + 2) \text{ m/sn.}^2$  dir. Bu hareketlinin harekete başladıktan 4 saniye sonraki hızı  $60 \text{ m/sn.}$ , 2 saniye sonraki aldığı yol 30 metredir.

**Bu hareketlinin harekete başladıktan 5 saniye sonraki aldığı yol kaç metredir?**

- A) 60      B) 90      C) 120      D) 160      E) 180

11.  $y = x^2 + x$

fonksiyonunun diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $y = 2x + 1$       B)  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$   
C)  $dy = (2x + 1) dx$       D)  $dy = (x^2 + x) dx$   
E)  $dy = (x - 1) dx$

12.  $\int d(x^2 + 5x - 3)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2x + 5$       B)  $2x + c$   
C)  $(2x + 5) dx$       D)  $x^2 + 5x + c$   
E)  $\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 3x + c$



1.  $y = f(x)$  eğrisinin ekstremum noktalarından biri  $(2, 4)$ tür.

$$f(x) = \int (4x^3 - 2x + a) dx$$

olduğuna göre  $f(0)$  kaçtır?

- A) 8      B) 16      C) 24      D) 36      E) 48

2.  $P(x)$  ikinci dereceden başkatsayısı 2 olan bir polinomdur.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x-1} = 4$$

olduğuna göre

$$\int 3P(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $6x^3 - 12x^2 + x + c$       B)  $2x^3 - 6x + c$   
C)  $2x^3 - 2x + c$       D)  $x^3 + x^2 + x + c$   
E)  $x^2 - x + c$

3. Gerçek sayılarda türevlenebilir bir  $f$  fonksiyonunun yerel minimum noktası  $(2, 8)$ dir.

$$f(x) = \int f''(x) dx$$

$$f'(3) = 10$$

olduğuna göre  $f(3)$  kaçtır?

- A) 8      B) 12      C) 16      D) 18      E) 24

4.  $y = f(x)$  olmak üzere

$$2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x) = 4x^3 + 4x$$

$$f(1) = 7$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 7      D) 9      E) 12

5.  $f(x) = \int d(x^3 + x)$

$$f(1) = 10$$

olduğuna göre  $f(3)$  kaçtır?

- A) 28      B) 30      C) 32      D) 36      E) 38

6.  $\int x^2 \cdot f'(x) dx + \int 2x \cdot f(x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^2 + f(x) + c$       B)  $x^2 \cdot f(x) + c$   
C)  $\frac{x}{f(x)} + c$       D)  $\frac{f(x)}{x} + c$   
E)  $x \cdot f(x) + c$





7.  $P(x)$ , başkatsayısı 3 olan ikinci dereceden bir polinomdur.

$$P'(1) = 4$$

$$P(0) = 3$$

olduğuna göre  $\int P(x)dx$  integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 - x^2 + 3x + c$       B)  $x^3 + x^2 + 3x + c$   
C)  $x^3 + x^2 + c$       D)  $x^3 - x^2 + 2x + c$   
E)  $x^2 - x + c$

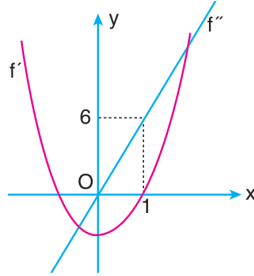
8.  $f(x) = \int (3x + 2) dx$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$  fonksiyonunun grafiği  $x$  eksenine teğet olduğuna göre  $f(0)$  kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$       B) 1      C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{5}{2}$       E)  $\frac{9}{2}$

9. Aşağıda üçüncü dereceden  $f(x)$  fonksiyonunun 1 ve 2. türev fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$f(2) = 10$  olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $y$  eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 6      E) 8

10.  $x \geq 1$  için

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3}$$

olduğuna göre

$$\int f^{-1}(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3x^3 + x + c$       B)  $3x^3 + c$   
C)  $x^3 + x^2 + c$       D)  $x^3 + c$   
E)  $x^2 - x + c$

11.  $f(x)$  üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonudur.

$$g(x) = \int f(x) dx$$

olduğuna göre

$$P(x) = f^2(x) \cdot g(2x + 1)$$

polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 6      B) 8      C) 10      D) 14      E) 16

12.  $f''(x) = 4x + 2$

$$f'(1) = 10$$

olduğuna göre  $f'(x)$  fonksiyonunun  $x = 0$  apsisli noktasından geçen teğet doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $y = -2x + 4$       B)  $y = -2x + 6$   
C)  $y = 2x + 6$       D)  $y = 2x + 2$   
E)  $y = 4x + 2$

### Değişken Değişirme Yöntemi

Matematiğin bir çok alanında kullanıldığı gibi integral konusunda da integral alma işlemini basitleştirmek için kullanılan bir yöntemdir.

$$\int f(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinde  $f(x) = u$  dönüşümü yapılırsa  $f(x) = u$  iken her iki tarafın diferansiyeli alındığında

$$f'(x) dx = du \text{ olur.}$$

Bu durumda

$$\int f(x) \cdot f'(x) dx = \int u du$$

integraline dönüşür.

#### Örnek:

$$\int \frac{2x}{(x^2-1)^3} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{-1}{2(x^2-1)} + c$  B)  $\frac{-1}{(x^2-1)} + c$  C)  $\frac{1}{x^2-1} + c$   
D)  $\frac{1}{2(x^2-1)} + c$  E)  $\frac{-1}{(x^2-1)^2} + c$

#### Çözüm:

$$u = x^2 - 1$$

$$du = 2x dx$$

$$\int \frac{2x}{(x^2-1)^3} dx$$

$$= \int \frac{du}{u^3}$$

$$= \int u^{-3} du$$

$$= \frac{u^{-2}}{-2} + c$$

$$= \frac{-1}{2(x^2-1)} + c$$

Cevap: A

#### Örnek:

$$\int (x-1) \cdot (x+1)^5 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(x+1)^6}{6} + \frac{(x+1)^5}{5} + c$  B)  $\frac{(x+1)^6}{6} - \frac{(x+1)^5}{5} + c$   
C)  $\frac{(x-1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{3} + c$  D)  $\frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{3} + c$   
E)  $\frac{(x+1)^7}{7} + \frac{(x+1)^6}{3} + c$

#### Çözüm:

I. Yol

$$u = x + 1$$

$$du = dx$$

$$x = u - 1$$

$$x - 1 = u - 2$$

$$\int (x-1) \cdot (x+1)^5 dx$$

$$= \int (u-2) \cdot u^5 du$$

$$= \int (u^6 - 2u^5) du$$

$$= \frac{u^7}{7} - \frac{2u^6}{6} + c$$

$$= \frac{1}{7}(x+1)^7 - \frac{1}{3}(x+1)^6 + c \text{ olur.}$$

II. Yol

$$(x-1) \cdot (x+1)^5 = (x+1) - 2 \cdot (x+1)^5$$

$$= (x+1) \cdot (x+1)^5 - 2 \cdot (x+1)^5$$

$$= (x+1)^6 - 2 \cdot (x+1)^5$$

$$\int [(x+1)^6 - 2 \cdot (x+1)^5] dx$$

$$= \frac{(x+1)^7}{7} - \frac{(x+1)^6}{3} + c \text{ olur.}$$

Cevap: D



**Örnek:**

$$\int (x^2 - 3x + 5)^3 \cdot (2x - 3) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(2x-3)^4}{4} + c$  B)  $\frac{(x^2-3x+5)^4}{4} + c$   
C)  $(x^2-3x+5)^4 + c$  D)  $(x^2-3x+5)^3 + c$   
E)  $(2x-3)^4 + c$

**Çözüm:**

$$\int (x^2 - 3x + 5)^3 \cdot (2x - 3) dx$$

$x^2 - 3x + 5 = u$  (Her iki tarafın türevi alınır.)  
 $(2x - 3) dx = du$  olur.

$$\begin{aligned} \int \underbrace{(x^2 - 3x + 5)^3}_u \cdot \underbrace{(2x - 3) dx}_{du} &= \int u^3 du \\ &= \frac{u^4}{4} + c \\ &= \frac{(x^2 - 3x + 5)^4}{4} + c \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$\int (5x - 2)^3 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(5x-2)^4}{4} + c$  B)  $\frac{(5x-2)^3}{3} + c$   
C)  $\frac{(5x-2)^{15}}{15} + c$  D)  $\frac{(5x-2)^4}{20} + c$   
E)  $\frac{(5x-2)^4}{12} + c$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} 5x - 2 &= u \\ 5dx &= du \\ dx &= \frac{du}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int (5x - 2)^3 dx &= \int u^3 \frac{du}{5} \\ &= \frac{1}{5} \int u^3 du \\ &= \frac{1}{5} \cdot \frac{u^4}{4} + c \\ &= \frac{u^4}{20} + c \\ &= \frac{(5x - 2)^4}{20} + c \end{aligned}$$

**Cevap: D**

**Örnek:**

$$\int 3f^2(x) \cdot f'(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f(x) + c$  B)  $f^2(x) + c$   
C)  $f^3(x) + c$  D)  $3f^3(x) + c$   
E)  $3f^2(x) + c$

**Çözüm:**

$$\int 3f^2(x) \cdot f'(x) dx = 3 \int f^2(x) \cdot f'(x) dx$$

$$\begin{aligned} f(x) &= u \\ f'(x) dx &= du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \int u^2 du \\ &= 3 \cdot \frac{u^3}{3} + c \\ &= u^3 + c \\ &= f^3(x) + c \end{aligned}$$

**Cevap: C**

Örnek:

$$\int (x+2) \cdot (x-1)^3 dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{(x-1)^5}{5} + \frac{3(x-1)^4}{4} + c$

B)  $\frac{(x-1)^5}{5} + c$

C)  $\frac{(x-1)^4}{4} + c$

D)  $(x-1)^3 + c$

E)  $(x-1)^4 + c$

Örnek:

$$\int (x^2 + 2x + 5) \cdot d(x^2 + 2x)$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{(x^2 + 2x)^2}{2} + 5(x^2 + 2x) + c$

B)  $\frac{(x^2 + 2x + 5)^2}{4} + c$

C)  $x^2 + 2x + c$

D)  $\frac{(x^2 + 2x)^3}{3} + c$

E)  $\frac{x^3}{3} + x^2 + 5x + c$

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (x+2) \cdot (x-1)^3 dx &= \int (u+3) \cdot u^3 du \\ &= \int (u^4 + 3u^3) du \\ &= \frac{u^5}{5} + \frac{3u^4}{4} + c \\ &= \frac{(x-1)^5}{5} + \frac{3(x-1)^4}{4} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-1 &= u \\ dx &= du \\ x+2 &= u+3 \end{aligned}$$

Cevap: A

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int (x^2 + 2x + 5) \cdot d(x^2 + 2x) &= \int (u+5) du \\ &= \frac{u^2}{2} + 5u + c \\ &= \frac{(x^2 + 2x)^2}{2} + 5(x^2 + 2x) + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2x &= u \\ x^2 + 2x + 5 &= u + 5 \end{aligned}$$

Cevap: A

**Örnek:**

$$\int x \cdot \sqrt[3]{x-3} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{3}{7} \sqrt[3]{(x-3)^7} + c$   
B)  $\frac{3}{7} \sqrt[3]{(x-3)^7} + \frac{9}{4} \sqrt[3]{(x-3)^4} + c$   
C)  $\frac{(x-3)^4}{12} + c$   
D)  $\frac{(x-3)^3}{3} + c$   
E)  $\frac{\sqrt[3]{(x-3)^4}}{12} + c$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int x \cdot \sqrt[3]{x-3} dx &= \int (u^3 + 3) \cdot u \cdot 3u^2 du \\ &= \int (3u^6 + 9u^3) du \\ &= \frac{3u^7}{7} + \frac{9u^4}{4} + c \\ &= \frac{3}{7} \sqrt[3]{(x-3)^7} + \frac{9}{4} \sqrt[3]{(x-3)^4} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x-3} &= u \\ x-3 &= u^3 \\ x &= u^3 + 3 \\ dx &= 3u^2 du \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$\int (x^3 - 5x^2)^2 \cdot (3x^2 - 10x) dx$$

integralinde  $x^3 - 5x^2 = u$  dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int u^2 du$       B)  $\int u^3 du$       C)  $\int \frac{u^3}{3} du$   
D)  $\int 3u^2 du$       E)  $\int (u^2 + u) du$

**Çözüm:**

$$\int (x^3 - 5x^2)^2 \cdot (3x^2 - 10x) dx = \int u^2 du$$

$$\begin{aligned} x^3 - 5x^2 &= u \\ (3x^2 - 10x) dx &= du \end{aligned}$$

**Cevap: A**

**Örnek:**

$$\int (\sqrt[4]{x} + \sqrt[6]{x}) dx$$

integralinde  $u^{12} = x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int (u^3 + u^2) du$       B)  $\int 6(u^{12} + u^8) du$   
C)  $\int 12(u^{14} + u^{13}) du$       D)  $\int 6(u^{14} + u^{12}) du$   
E)  $\int 6(u^{14} + u^{13}) du$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int (\sqrt[4]{x} + \sqrt[6]{x}) dx &= \int (\sqrt[4]{u^{12}} + \sqrt[6]{u^{12}}) 12u^{11} du \\ &= \int (u^3 + u^2) \cdot 12u^{11} du \\ &= \int 12 \cdot (u^{14} + u^{13}) du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u^{12} &= x \\ 12u^{11} du &= dx \end{aligned}$$

**Cevap: C**



1.  $\int \frac{x^2 - 2x}{(x^3 - 3x^2)^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{x^3 - 3x^2} + c$  B)  $\frac{-1}{3x^3 - 9x^2} + c$   
 C)  $\frac{1}{x^3 - 9x^2} + c$  D)  $\frac{(x^3 - 3x^2)^2}{2} + c$   
 E)  $\frac{(x^3 - 3x^2)^3}{3} + c$

2.  $\int (mx^2 + n)^2 \cdot x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $(mx^2 + n)^2 + c$  B)  $(mx^2 + n)^3 + c$   
 C)  $\frac{(mx^2 + n)^3}{m} + c$  D)  $\frac{(mx^2 + n)^3}{3m} + c$   
 E)  $\frac{(mx^2 + n)^3}{6m} + c$

3.  $\int \frac{x}{(x-1)^3} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{-1}{x-1} - \frac{1}{2(x-1)^2} + c$   
 B)  $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{(x-1)^2} + c$   
 C)  $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + c$   
 D)  $\frac{(x-1)^2}{2} + c$   
 E)  $\frac{(x-1)^4}{4} + c$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\sqrt{3x+2}}{3} + c$  B)  $\frac{(3x+2)^2}{2} + c$   
 C)  $\sqrt{3x+2} + c$  D)  $3x + c$   
 E)  $\frac{2}{3} \sqrt{3x+2} + c$



5.  $\int (x^2 + 2) \cdot \sqrt{x^3 + 6x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3 + 6x}$  B)  $\frac{2}{9}\sqrt{(x^3 + 6x)^3} + c$   
 C)  $\frac{2}{9}\sqrt[3]{x^3 + 6x} + c$  D)  $2\sqrt{(x^3 + 6x)^3} + c$   
 E)  $\sqrt[3]{x^3 + 6x} + c$

6.  $\int \sqrt{x^{10} + x^6} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{6}\sqrt{(x^4 + 1)^3} + c$  B)  $\frac{1}{3}\sqrt{(x^4 + 1)^3} + c$   
 C)  $\frac{1}{2}\sqrt{(x^4 + 1)^3} + c$  D)  $\sqrt[3]{x^4 + 1} + c$   
 E)  $\sqrt{x^4 + 1} + c$

7.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$

integralinde  $\sqrt[6]{x} = a$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int \frac{a^2}{a+1} \, da$  B)  $\int \frac{a^3}{a+1} \, da$   
 C)  $\int \frac{3a^3}{a+1} \, da$  D)  $\int \frac{6a^3}{a+1} \, da$   
 E)  $\int \frac{a}{a+1} \, da$

8.  $\int (2x + 3) \cdot d(\sqrt{x} - 1)$

integralinde  $\sqrt{x} - 1 = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int (u^2 + 2u + 3) \, du$  B)  $\int (2u + 3) \, du$   
 C)  $\int (2u^2 + 4u + 5) \, du$  D)  $\int (\sqrt{u} - 1) \, du$   
 E)  $\int 2u \, du$

1.

$$\begin{aligned}\int \frac{x^2 - 2x}{(x^3 - 3x^2)^2} dx &= \int (x^3 - 3x^2)^{-2} \cdot (x^2 - 2x) dx \\ &= \int u^{-2} \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int u^{-2} du \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{-1}}{-1} + c \\ &= \frac{-1}{3u} + c \\ &= \frac{-1}{3(x^3 - 3x^2)} + c \\ &= \frac{-1}{3x^3 - 9x^2} + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 &= u \\ (3x^2 - 6x) dx &= du \\ 3(x^2 - 2x) dx &= du \\ (x^2 - 2x) dx &= \frac{du}{3}\end{aligned}$$

Cevap: B

2.

$$\begin{aligned}\int (mx^2 + n)^2 \cdot x dx &= \int u^2 \frac{du}{2m} \\ &= \frac{1}{2m} \int u^2 du \\ &= \frac{1}{2m} \cdot \frac{u^3}{3} + c \\ &= \frac{(mx^2 + n)^3}{6m} + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}mx^2 + n &= u \\ 2mx dx &= du \\ x dx &= \frac{du}{2m}\end{aligned}$$

Cevap: E

3.

$$\begin{aligned}x - 1 &= u \\ x &= u + 1 \\ dx &= du\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{x dx}{(x-1)^3} &= \int \frac{(u+1) du}{u^3} \\ &= \int \left( \frac{u}{u^3} + \frac{1}{u^3} \right) du \\ &= \int (u^{-2} + u^{-3}) du \\ &= \frac{u^{-1}}{-1} + \frac{u^{-2}}{-2} + c \\ &= \frac{-1}{u} - \frac{1}{2u^2} + c \\ &= \frac{-1}{x-1} - \frac{1}{2(x-1)^2} + c\end{aligned}$$

Cevap: A

4.

$$\begin{aligned}3x + 2 &= u \\ 3dx &= du \\ dx &= \frac{du}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{dx}{\sqrt{3x+2}} &= \int \frac{dx}{(3x+2)^{1/2}} \\ &= \int (3x+2)^{-1/2} dx \\ &= \int u^{-1/2} \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int u^{-1/2} du \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{1/2}}{1/2} + c \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{u} + c \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{3x+2} + c\end{aligned}$$

Cevap: E

5.  $\int (x^2 + 2) \cdot \sqrt{x^3 + 6x} dx$

$$x^3 + 6x = u$$

$$(3x^2 + 6)dx = du$$

$$3(x^2 + 2)dx = du$$

$$(x^2 + 2)dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \sqrt{x^3 + 6x} \cdot (x^2 + 2) dx$$

$$\int \sqrt{u} \cdot \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int u^{1/2} du$$

$$= \frac{1}{3} \frac{u^{3/2}}{3/2} + c$$

$$= \frac{2}{9} u^{3/2} + c$$

$$= \frac{2}{9} \sqrt{(x^3 + 6x)^3} + c$$

Cevap: B

6.

$$\int \sqrt{x^{10} + x^6} dx = \int \sqrt{x^6(x^4 + 1)} dx$$

$$= \int x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 + 1} \cdot x^3 dx$$

$$= \int \sqrt{u^2} \cdot \frac{u}{2} du$$

$$= \int u \cdot \frac{u}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \int u^2 du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^3}{3} + c$$

$$= \frac{1}{6} \cdot u^3 + c$$

$$= \frac{1}{6} (\sqrt{x^4 + 1})^3 + c$$

$$= \frac{1}{6} \sqrt{(x^4 + 1)^3} + c$$

Cevap: A

$$x^4 + 1 = u^2$$

$$4x^3 dx = 2u du$$

$$x^3 dx = \frac{u du}{2}$$

$$\sqrt{x^4 + 1} = u$$

$$x^4 + 1 = u^2$$

7.  $\sqrt[6]{x} = a$

$$x = a^6$$

$$dx = 6a^5 da$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = \int \frac{6a^5}{\sqrt{a^6} + \sqrt[3]{a^6}} da$$

$$= \int \frac{6a^5}{a^3 + a^2} da$$

$$= \int \frac{6a^5}{a^2(a+1)} da$$

$$= \int \frac{6a^3}{a+1} da$$

Cevap: D

8.  $\int (2x + 3) \cdot d(\sqrt{x} - 1) = \int (2u^2 + 4u + 5) du$

$$\sqrt{x} - 1 = u \text{ olsun.}$$

$$d(\sqrt{x} - 1) = du$$

$$\sqrt{x} = u + 1$$

$$(\sqrt{x})^2 = (u + 1)^2$$

$$x = u^2 + 2u + 1$$

$$2x = 2u^2 + 4u + 2$$

$$2x + 3 = 2u^2 + 4u + 5$$

Cevap: C



1.  $\int \frac{f'(x)}{\sqrt[4]{f(x)}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$  B)  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$   
 C)  $\frac{4}{3} \sqrt[4]{f^3(x)} + c$  D)  $2 \sqrt[4]{f^3(x)} + c$   
 E)  $\frac{1}{3} \sqrt[4]{f^3(x)} + c$

2. m ve n sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere gerçel sayılar kümesinde türevlenebilen f ve g fonksiyonları için  $g(x) = f'(mx)$  eşitliği veriliyor.

Buna göre

$$\int g(-nx) dx$$

integralinin f(x) fonksiyonu türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{mn} f(mnx) + c$  B)  $-\frac{1}{mn} f(-mnx) + c$   
 C)  $mn f(mnx) + c$  D)  $mn f(-mnx) + c$   
 E)  $-mn f(-mnx) + c$

3.  $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sqrt{(x+1)^3} + \sqrt{x+1} + c$  B)  $2(\sqrt{x+1} - \sqrt{(x+1)^3}) + c$   
 C)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{(x+1)^3} + c$  D)  $2\left(\frac{\sqrt{(x+1)^3}}{3} - \sqrt{x+1}\right) + c$   
 E)  $2(\sqrt{(x+1)^3} + \sqrt{x+1}) + c$

4.  $\int \frac{f''\left(\frac{2}{x}\right)}{x^2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{2} f'\left(\frac{2}{x}\right)$  B)  $-f\left(\frac{1}{x}\right) + c$   
 C)  $-f(x) + c$  D)  $f\left(\frac{2}{x}\right) + c$   
 E)  $f(x) + c$



5.  $\int \frac{2x}{\sqrt{1-2x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\sqrt{(1-2x)^3}}{3} \sqrt{1-2x} + c$   
 B)  $\frac{\sqrt{(1-2x)^3}}{3} - \sqrt{1-2x} + c$   
 C)  $\frac{1}{2} \sqrt{1-2x} - \sqrt{(1-2x)^3} + c$   
 D)  $\frac{1}{2} \sqrt{1-2x} + \sqrt{(1-2x)^3} + c$   
 E)  $\sqrt{(1-2x)^3} - \sqrt{(1-2x)} + c$

6. k tam sayı olmak üzere

$$\int (x-1) \cdot (x+1)^{2024} dx = \frac{(x+1)^{2026}}{2026} + k \frac{(x+1)^{2025}}{2025} + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre k kaçtır?

- A) 2      B) -1      C) -2      D) -3      E) -4

7. f fonksiyonunun türevi (f') pozitif gerçekte sayılarda tanımlıdır.

$$\int f'(x) \cdot f''(x) dx = 3x$$

f(x) fonksiyonunun x = 2 apsisi noktasındaki teğetin eğimi 2'dir.

Buna göre f(x) fonksiyonunun x = 4 apsisi noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

8.  $\int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[4]{x-1}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{13} \sqrt[12]{(x-1)^{13}} + c$       B)  $\frac{1}{12} \sqrt[12]{(x-1)^{13}} + c$   
 C)  $\frac{3}{4} \sqrt[4]{(x-1)^3} + c$       D)  $\frac{12}{13} \sqrt[12]{(x-1)^{11}} + c$   
 E)  $\frac{12}{13} \sqrt[12]{(x-1)^{13}} + c$

1.

$$\begin{aligned}\int \frac{f'(x)}{\sqrt[4]{f(x)}} dx &= \int \frac{4u^3 du}{u} \\ &= 4 \int u^2 du \\ &= 4 \frac{u^3}{3} + c \\ &= \frac{4}{3} \sqrt[4]{f^3(x)} + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u &= \sqrt[4]{f(x)} \\ u^4 &= f(x) \\ 4u^3 du &= f'(x) dx\end{aligned}$$

Cevap: C

3.

$$\begin{aligned}\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx &= \int \frac{u^2-1}{u} \cdot 2u du \\ &= 2 \int (u^2-1) du \\ &= 2 \left( \frac{u^3}{3} - u \right) + c \\ &= 2 \left( \sqrt{(x+1)^3} - \sqrt{x+1} \right) + c\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u &= \sqrt{x+1} \\ u^2 &= x+1 \\ x &= u^2-1 \\ dx &= 2u du\end{aligned}$$

Cevap: D

2.

$g(x) = f'(mx)$  ise

$g(-nx) = f'(-mnx)$  olur.

$\int g(-nx) dx = \int f'(-mnx) dx$  elde edilir.

$-mnx = u$  ise  $dx = -\frac{du}{mn}$  olur.

$$\begin{aligned}-\frac{1}{mn} \int f'(u) du &= -\frac{1}{mn} f(u) + c \\ &= -\frac{1}{mn} f(-mnx) + c \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Cevap: B

4.

$$\begin{aligned}u &= \frac{2}{x} \\ du &= -\frac{2}{x^2} dx \\ \frac{dx}{x^2} &= -\frac{du}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\int \frac{f''\left(\frac{2}{x}\right)}{x^2} dx &= -\frac{1}{2} \int f''(u) du \\ &= -\frac{1}{2} f'(u) + c \\ &= -\frac{1}{2} f'\left(\frac{2}{x}\right) + c\end{aligned}$$

Cevap: A

5.

$$\begin{aligned}
 \int \frac{6x}{\sqrt{1-2x}} dx &= \int \frac{1-u^2}{u} (-u) \cdot du \\
 &= \int (u^2 - 1) du \\
 &= \frac{u^3}{3} - u + c \\
 &= \frac{\sqrt{(1-2x)^3}}{3} - \sqrt{1-2x} + c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u &= \sqrt{1-2x} \\
 u^2 &= 1-2x \\
 x &= \frac{1-u^2}{2} \\
 dx &= -u \, du
 \end{aligned}$$

Cevap: B

7.

$$\begin{aligned}
 u &= f'(x) \\
 du &= f''(x) \, dx
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int f'(x) \cdot f''(x) \, dx &= 3x \\
 \int u \cdot du &= 3x \\
 \frac{u^2}{2} + c &= 3x \\
 \frac{[f'(x)]^2}{2} + c &= 3x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x=2 \text{ için } \frac{[f'(2)]^2}{2} + c &= 6 \\
 2 + c &= 6 \\
 c &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x=4 \text{ için } \frac{[f'(4)]^2}{2} + 4 &= 12 \\
 \frac{[f'(4)]^2}{2} &= 8 \\
 f'(4) &= 4
 \end{aligned}$$

Cevap: D

endemic

6.

$$\begin{aligned}
 \int (x-1) \cdot (x+1)^{2024} dx &= \int (u-2) \cdot u^{2024} du \\
 &= \int (u^{2025} - 2u^{2024}) du \\
 &= \frac{u^{2026}}{2026} - 2 \cdot \frac{u^{2025}}{2025} + c \\
 &= \frac{(x+1)^{2026}}{2026} + (-2) \cdot \frac{(x+1)^{2025}}{2025} + c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x+1 &= u \\
 x &= u-1 \\
 dx &= du
 \end{aligned}$$

Buna göre  $k = -2$  olur.

Cevap: C

8.

$$\begin{aligned}
 \int \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt[4]{x-1}} dx &= \int \frac{u^4}{u^3} \cdot 12 \cdot u^{11} du \\
 &= 12 \int u^{12} du \\
 &= 12 \frac{u^{13}}{13} + c \\
 &= \frac{12}{13} \sqrt[13]{(x-1)^{13}} + c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt[12]{x-1} &= u \\
 x-1 &= u^{12} \\
 dx &= 12 \cdot u^{11} du \\
 \sqrt[3]{x-1} &= u^4 \\
 \sqrt[4]{x-1} &= u^3
 \end{aligned}$$

Cevap: E



1.  $\int (x^3 + x^2) \cdot (3x^2 + 2x) dx$

integralinde  $x^3 + x^2 = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int u du$  B)  $\int u^2 du$   
C)  $\int (u^3 + u^2) du$  D)  $\int (3u^2 + 2u) du$   
E)  $\int u^3 du$

2.  $\int \frac{2x-1}{(x^2-x)^2} dx$

integralinde  $x^2 - x = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int u du$  B)  $\int u^2 du$   
C)  $\int u^{-1} du$  D)  $\int u^{-2} du$   
E)  $\int -u^{-1} du$

3.  $\int (2x-1)^3 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(2x-1)^4}{4} + c$  B)  $\frac{(2x-1)^8}{8} + c$   
C)  $\frac{(2x-1)^2}{2} + c$  D)  $\frac{(2x-1)^4}{2} + c$   
E)  $\frac{(2x-1)^4}{8} + c$

4.  $\int f^2(x) f'(x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f^2(x) + c$  B)  $f^3(x) + c$   
C)  $\frac{f^2(x)}{2} + c$  D)  $\frac{f^3(x)}{3} + c$   
E)  $f(x) + c$

5.  $\int (x+1) \cdot d(\sqrt{x}-1)$

integralinde  $\sqrt{x} = a+1$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int (a+1) da$  B)  $\int (a^2+1) da$   
C)  $\int (a^2+2a+2) da$  D)  $\int (a+2) da$   
E)  $\int (a^2+2a+1) da$

6.  $\int (9x-2) dx$

integralinde  $x = \frac{t-1}{3}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int (t-3) dt$  B)  $\int \left(\frac{3t-5}{3}\right) dt$   
C)  $\int (3t-5) dt$  D)  $\int \left(\frac{3t-5}{9}\right) dt$   
E)  $\int \frac{t}{3} dt$



7.  $\int (x^2 + 4x)^2 (x + 2) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{(x^2 + 4x)^3}{6} + c$  B)  $\frac{(x^2 + 4x)^2}{2} + c$   
C)  $\frac{(x^2 + 4x)^2}{4} + c$  D)  $\frac{(x^2 + 4x)^2}{6} + c$   
E)  $\frac{(x^2 + 4x)^3}{3} + c$

8.  $\int x \cdot \sqrt{x+2} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{2}{5} \sqrt{(x+2)^5} - \frac{4}{3} \sqrt{(x+2)^3} + c$   
B)  $\frac{1}{2} \sqrt{x+2} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{x} + c$   
C)  $\frac{1}{5} \sqrt{(x+2)^5} - \frac{1}{3} \sqrt{(x+2)^3} + c$   
D)  $\sqrt[3]{(x+2)^5} + c$   
E)  $\sqrt[3]{x^2 + 2x} + c$

9.  $\int 12(x^4 - 2x^2)^2 \cdot (x^3 - x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^4 - 2x^2 + c$  B)  $(x^4 - 2x^2)^2 + c$   
C)  $(x^4 - 2x^2)^3 + c$  D)  $x^3 - x + c$   
E)  $(x^3 - x)^3 + c$

10.  $\int \sqrt{x^2 + 2x} \cdot (x + 1) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^2 + 2x + c$  B)  $\sqrt{x^2 + 2x} + c$   
C)  $\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{2} + c$  D)  $\frac{(x^2 + 2x)^2}{2} + c$   
E)  $\frac{\sqrt{(x^2 + 2x)^3}}{3} + c$

11.  $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $f(\sqrt{x}) + c$  B)  $2f(\sqrt{x}) + c$   
C)  $\frac{f(\sqrt{x})}{2} + c$  D)  $\frac{f(\sqrt{x})}{4} + c$   
E)  $\frac{f(x)}{2} + c$

12.  $\int \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \left(3 - \frac{3}{x^2}\right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x + \frac{1}{x} + c$  B)  $\frac{x^2}{2} + x + c$   
C)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + c$  D)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + c$   
E)  $x^2 + x + \frac{1}{x} + c$



1.  $\int \frac{x}{(2x^2-1)^3} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{16} \frac{1}{(2x^2-1)^3} + c$       B)  $-\frac{1}{8} \frac{1}{(2x^2-1)^3} + c$   
C)  $-\frac{1}{16} \frac{1}{(2x^2-1)^2} + c$       D)  $-\frac{1}{8} \frac{1}{(2x^2-1)^2} + c$   
E)  $-\frac{1}{4} \frac{1}{(2x^2-1)^2} + c$

2.  $\int \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{6}(\sqrt{x}-2)^3 + c$       B)  $-\frac{2}{3}(\sqrt{x}-2)^3 + c$   
C)  $\frac{1}{6}(\sqrt{x}-2)^2 + c$       D)  $\frac{1}{6}(\sqrt{x}-2)^3 + c$   
E)  $\frac{2}{3}(\sqrt{x}-2)^3 + c$

3.  $\int (x-2) \cdot (x+2)^4 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{6}(x+2)^6 - \frac{4}{5}(x+2)^5 + c$   
B)  $\frac{1}{6}(x+2)^6 + \frac{4}{5}(x+2)^5 + c$   
C)  $\frac{1}{5}(x+2)^5 - \frac{2}{3}(x+2)^4 + c$   
D)  $\frac{2}{3}(x-2)^6 + \frac{1}{6}(x-2)^5 + c$   
E)  $\frac{2}{3}(x-2)^5 + \frac{2}{3}(x-2)^4 + c$

4.  $\int \frac{x}{x^4+10x^2+25} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{1}{(x^2+5)^2} + c$       B)  $-\frac{1}{4(x^2+5)^2}$   
C)  $-\frac{1}{2(x^2+5)} + c$       D)  $-\frac{1}{x^2+5} + c$   
E)  $-\frac{1}{6(x^2+5)} + c$

5.  $x > 0$  olmak üzere

$$\int \sqrt{\frac{x^6}{x^4+1}} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{4}\sqrt{x^4+1} + c$       B)  $\frac{1}{2}\sqrt{x^4+1} + c$   
C)  $\sqrt{x^4+1} + c$       D)  $\frac{1}{2}\sqrt{x^3+1} + c$   
E)  $\sqrt{x^3+1} + c$

6.  $\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $(g \circ f)(x) + c$       B)  $(f \circ g)(x) + c$   
C)  $(g' \circ f)(x) + c$       D)  $(f \circ g')(x) + c$   
E)  $(f' \circ g')(x) + c$



7.  $\int \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{f(x)+1}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{2}{3} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$  B)  $\frac{2}{3} \sqrt[3]{(f(x)+1)^2} + c$   
C)  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$  D)  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(f(x)+1)^2} + c$   
E)  $\sqrt[3]{(f(x)+1)^2} + c$

8.  $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+6}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{2} \sqrt{x^2+4x} + c$  B)  $\sqrt{x^2+4x} + c$   
C)  $\frac{1}{2} \sqrt{x^2+4x+6} + c$  D)  $\sqrt{x^2+4x+6} + c$   
E)  $2\sqrt{x^2+4x} + c$

9.  $\int f^4(x) dx = \frac{f^5(x)}{5} + c$  ve  $f(1) = 3$  olduğuna göre

$$\int f(4x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2x^2 + 2x + c$  B)  $2x^2 - 2x + c$   
C)  $x^2 + x + c$  D)  $x^2 - x + c$   
E)  $4x^2 + 4x + c$

10.  $\int \frac{x}{x^2 + \sqrt{x}} dx$

integralinde  $\sqrt{x} = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int \frac{du}{u}$  B)  $2 \int \frac{du}{u^2}$   
C)  $2 \int \frac{u^2}{u^3+1} du$  D)  $\int \frac{u^2}{u^3+1} du$   
E)  $2 \int \frac{u}{u^2+1} du$

11. Seda,  $y = f(x)$  fonksiyonunun integralini kâğıda yazarak arkadaşlarından  $(f \circ g)(x)$  fonksiyonunun integralini almalarını istemiştir.

$m \neq 0$ ,  $m$  ve  $n$  gerçekte sayılar olmak üzere  $g(x) = mx + n$ 'dir.

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= F(x) + c \\ \int (f \circ g)(x) dx &= ? \end{aligned}$$

Seda'nın arkadaşlarının yanıtları şöyledir:

Ali:  $m (F(mx + n) + c)$

Belgin:  $\frac{1}{m} F(mx + n) + c$

Cemil:  $(m + n) F(mx + n) + c$

Duru:  $\frac{1}{m+n} F(mx + n) + c$

Ender:  $\frac{1}{n} F(mx + n) + c$

Buna göre hangi öğrencinin verdiği cevap doğrudur?

- A) Ali B) Belgin C) Cemil  
D) Duru E) Ender

### Belirli İntegral

$$\int_a^b f(x) dx$$

ifadesine  $f(x)$  fonksiyonunun  $a$ 'dan  $b$ 'ye **belirli integrali** denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c \text{ ise}$$

belirli integralin eşiti

$$F(x) \Big|_a^b \text{ ya da } [F(x)]_a^b$$

gösterimlerinden biriyle yapılır.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$x$  değişkenine göre integrali alınan belirli integralin değeri bulunurken integral alındıktan sonra  $x$  yerine önce üstteki daha sonra alttaki değer yazılıp bulunan sonuçların farkı alınır. Sadeleşeceği için integral sabiti olan  $c$  belirli integralde yazılmaz.

Örneğin

$$\int_1^4 5 dx = 5x \Big|_1^4 = 5 \cdot (4 - 1) = 15 \text{ olur.}$$

### Belirli İntegralin Özellikleri

$$\bullet \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_{-2}^{-2} (x^2 + 1) dx = 0$$

$$\int_3^3 (x^5 - 2) dx = 0$$

$$\bullet \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_2^3 f(x) dx = - \int_3^2 f(x) dx$$

### Belirli İntegralin Türevi

- Sınırları sabit sayı olan belirli integrallerin sonucu bir sabit sayıya eşit olacağından türevleri 0'a eşittir.

$$\frac{d}{dx} \left( \underbrace{\int_a^b f(x) dx}_{\text{sabit sayı}} \right) = 0$$

- Belirli integralin sınırlarının her ikisi sabit sayı değilse türev alma işlemi şöyledir:

$$F(x) = \int_a^{u(x)} f(t) dt \implies F'(x) = f(u(x)) \cdot u'(x)$$

$$H(x) = \int_{v(x)}^{u(x)} f(\theta) d\theta \implies H'(x) = f(u(x)) \cdot u'(x) - f(v(x)) \cdot v'(x)$$

Örneğin

$$f(x) = \int_3^{4x} (t^2 - 1) dt \text{ olduğuna göre } f'(1) \text{ kaçtır?}$$

Çözüm:

$$f'(x) = [(4x)^2 - 1] \cdot 4 = 0$$

$$f'(1) = (4 - 1) \cdot 4 = 12 \text{ olur.}$$

- $a < b < c$  olmak üzere

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$$

$$\int_4^6 g(x) dx = \int_4^5 g(x) dx + \int_5^6 g(x) dx$$

$$\bullet \int_a^b [f(x) \mp g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_{-2}^5 (x^3 + x^2) dx = \int_{-2}^5 x^3 dx + \int_{-2}^5 x^2 dx$$

$$\bullet \int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_1^6 5(x^4 + 1)^3 dx = 5 \int_1^6 (x^4 + 1)^3 dx$$



**Örnek:**

$$\int_2^3 x^3 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{57}{4}$  B)  $\frac{65}{4}$  C)  $\frac{35}{2}$  D)  $\frac{39}{2}$  E)  $\frac{43}{2}$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned}\int_2^3 x^3 dx &= \left. \frac{x^4}{4} \right|_2^3 = \frac{3^4}{4} - \frac{2^4}{4} \\ &= \frac{81}{4} - \frac{16}{4} \\ &= \frac{65}{4}\end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$\int_2^3 f(x) dx = n + 5$$

$$\int_3^2 f(x) dx = 2n - 9$$

olduğuna göre n kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{2}$

**Çözüm:**

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \text{ olduğundan}$$

$$\int_2^3 f(x) dx = - \int_3^2 f(x) dx$$

$$n + 5 = -(2n - 9)$$

$$n + 5 = -2n + 9$$

$$3n = 4$$

$$n = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

**Cevap: D**

**Örnek:**

$$\int_1^8 f(x) dx = 20 \text{ ve } \int_5^8 f(x) dx = 14$$

olduğuna göre

$$\int_1^5 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

**Çözüm:**

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

$$\underbrace{\int_1^8 f(x) dx}_{20} = \underbrace{\int_1^5 f(x) dx} + \underbrace{\int_5^8 f(x) dx}_{14}$$

$$\begin{aligned}\int_1^5 f(x) dx &= 20 - 14 \\ &= 6\end{aligned}$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$\int_2^4 f(x) dx = 10 \text{ ve } \int_2^4 g(x) dx = 3$$

olduğuna göre

$$\int_2^4 [3f(x) - 2g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

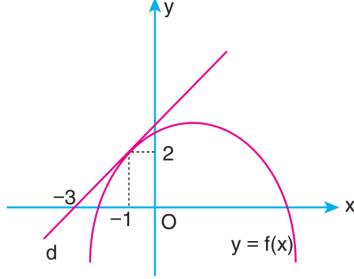
**Çözüm:**

$$\begin{aligned}\int_2^4 [3f(x) - 2g(x)] dx &= 3 \cdot \int_2^4 f(x) dx - 2 \cdot \int_2^4 g(x) dx \\ &= 3 \cdot 10 - 2 \cdot 3 \\ &= 24\end{aligned}$$

**Cevap: E**

**Örnek:**

Aşağıda  $y = f(x)$  fonksiyonu ile  $d$  doğrusu  $(-1, 2)$  noktasında teğettir.



$(2, 5)$  noktası  $f(x)$  fonksiyonunun ekstremum noktası olduğuna göre

$$\int_{-1}^2 [f'(x) + f''(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

**Çözüm:**

$f'(-1)$ ,  $d$  doğrusunun eğimine eşittir.

$d$  doğrusunun eğimi  $\frac{2}{2} = 1$  olduğundan

$f'(-1) = 1$ 'dir.

$(-1, 2)$ ,  $f(x)$  üzerinde olduğundan  $f(-1) = 2$ 'dir.

$(2, 5)$  noktası ekstremum noktası olduğundan

$f'(2) = 0$  ve  $f(2) = 5$ 'tir.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 [f'(x) + f''(x)] dx &= [f(x) + f'(x)] \Big|_{-1}^2 \\ &= (f(2) + f'(2)) - (f(-1) + f'(-1)) \\ &= (5 + 0) - (2 + 1) = 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$F(x) = \int_2^5 f(x) dx$$

olduğuna göre  $F'(x)$  kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

**Çözüm:**

$\int_2^5 f(x) dx$  integralinin değeri sabit bir sayıya eşittir.

Bu durumda  $F'(x) = 0$ 'dır.

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$F(x) = \int_{2x}^{x^2} \sqrt{t+5} dt$$

olduğuna göre  $f'(2)$  kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

**Çözüm:**

$$F'(x) = \sqrt{x^2+5} \cdot (x^2)' - \sqrt{2x+5} \cdot (2x)'$$

$$F'(x) = \sqrt{x^2+5} \cdot 2x - \sqrt{2x+5} \cdot 2$$

$$F'(2) = \sqrt{4+5} \cdot 4 - \sqrt{4+5} \cdot 2 = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 6$$

**Cevap: D**

**Örnek:**

$P(x)$  gerçekte katsayılı üçüncü dereceden bir polinomdur.

$$\int_{-1}^1 P(x) dx = 44$$

$$P(0) = 4$$

olduğuna göre  $P(x)$  polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 36 C) 44 D) 48 E) 58

**Çözüm:**

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  polinomunda  $P(0) = 4$  olduğundan  $d = 4$  olur.

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$$

$$\int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx + 4) dx = 44$$

$$\left( \frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} + 4x \right) \Big|_{-1}^1 = 44$$

$$\left( \frac{a}{4} + \frac{b}{3} + \frac{c}{2} + 4 \right) - \left( \frac{a}{4} - \frac{b}{3} + \frac{c}{2} - 4 \right) = 44$$

$$\frac{2b}{3} + 8 = 44$$

$$b = 54$$

$$P(x) = ax^3 + 54x^2 + cx + 4 \cdot x^0$$

$P(x)$ in çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı

$54 + 4 = 58$  bulunur.

**Cevap: E**

**Örnek:**

$$\int_2^4 x \cdot (x-3)^3 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{-1}{3}$  B)  $\frac{1}{5}$  C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{7}{15}$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int_2^4 x \cdot (x-3)^3 dx &= \int_{-1}^1 (u+3) \cdot u^3 du \\ &= \int_{-1}^1 (u^4 + 3u^3) du \\ &= \left( \frac{u^5}{5} + \frac{3u^4}{4} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \left( \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \right) - \left( \frac{-1}{5} + \frac{3}{4} \right) \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$x - 3 = u$  olsun.

$x = u + 3$  olur.

$dx = du$

$x = 2$  için  $u = 2 - 3 = -1$

$x = 4$  için  $u = 4 - 3 = 1$

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$\int_1^{64} (\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}) dx$$

integralinde  $t^6 = x$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integ-rallerden hangisi elde edilir?

- A)  $\int_1^2 6(t^7 + t^8) dt$  B)  $\int_1^{64} 6(t^7 + t^8) dt$   
C)  $\int_1^{64} (t^2 + t^3) dt$  D)  $\int_1^2 (t^2 + t^3) dt$   
E)  $\int_1^2 (t^7 + t^8) dt$

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int_1^{64} (\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}) dx &= \int_1^2 (\sqrt[3]{t^6} + \sqrt{t^6}) 6t^5 dt \\ &= \int_1^2 (t^2 + t^3) 6t^5 dt \\ &= \int_1^2 6 \cdot (t^7 + t^8) dt \end{aligned}$$

$$t^6 = x$$

$$6t^5 dt = dx$$

$$x = 1 \text{ için } t^6 = 1 \Rightarrow t = 1$$

$$x = 64 \text{ için } t^6 = 64 \Rightarrow t = 2$$

**Cevap: A**

**Örnek:**

$$\int_1^4 f(x) dx = 12$$

olduğuna göre

$$\int_0^1 f(3x+1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 18 E) 24

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(3x+1) dx &= \int_1^4 f(u) \frac{du}{3} \\ &= \frac{1}{3} \int_1^4 f(u) du \\ &= \frac{1}{3} \cdot 12 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$3x + 1 = u$$

$$3dx = du$$

$$x = 0 \text{ için } u = 1$$

$$x = 1 \text{ için } u = 4$$

**Cevap: A**



1.  $\int_6^{10} (x+3) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 44      B) 38      C) 32      D) 24      E) 12

3.  $\int_0^3 (12x^{11} - 90x^9 + 4x + 2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 16      B) 20      C) 24      D) 28      E) 32

2.  $\int_1^{25} \sqrt{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

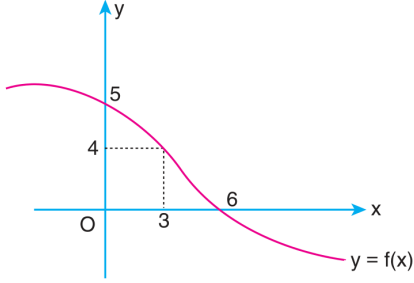
- A)  $\frac{305}{9}$       B)  $\frac{405}{8}$       C)  $\frac{391}{6}$   
D)  $\frac{188}{3}$       E)  $\frac{248}{3}$

4.  $\int_0^2 \frac{x^{11} - x^7 + x^4}{x^{-4} - x^{-8} + x^{-11}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $2^6$       B)  $2^8$       C)  $2^{10}$       D)  $2^{12}$       E)  $2^{16}$

5. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



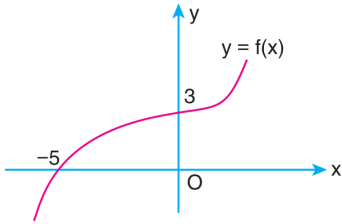
Buna göre

$$\int_0^3 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_{-5}^0 f(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C)  $\frac{7}{3}$  D)  $\frac{7}{2}$  E)  $\frac{9}{2}$

7.  $\int_4^9 \sqrt[3]{x} \sqrt[6]{x^3} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{7}{2}$  B)  $\frac{22}{3}$  C)  $\frac{29}{3}$  D)  $\frac{38}{3}$  E)  $\frac{95}{6}$

8.  $\int_0^a (2x - 7) dx = 3$

olduğuna göre  $a$ 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

9.  $\int_1^2 \left[ \frac{d}{dx} \int_3^{-x} (r+2)^2 \cdot r dr \right] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{5}{12}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{7}{12}$



$$\begin{aligned}
 1. \quad \int_6^{10} (x+3) dx &= \left( \frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big|_6^{10} \\
 &= \left( \frac{10^2}{2} + 3 \cdot 10 \right) - \left( \frac{6^2}{2} + 3 \cdot 6 \right) \\
 &= 80 - 36 \\
 &= 44
 \end{aligned}$$

Cevap: A

$$\begin{aligned}
 3. \quad \int_0^3 (12x^{11} - 90x^9 + 4x + 2) dx &= \left( x^{12} - 9x^{10} + 2x^2 + 2x \right) \Big|_0^3 \\
 &= 3^{12} - 9 \cdot 3^{10} + 18 + 6 \\
 &= 3^{12} - 3^{12} + 24 \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

Cevap: C

$$\begin{aligned}
 2. \quad \int_1^{25} \sqrt{x} dx &= \int_1^{25} x^{\frac{1}{2}} dx \\
 &= \left. \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right|_1^{25} \\
 &= \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^{25} \\
 &= \frac{2}{3} \cdot \left( 25^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}} \right) \\
 &= \frac{2}{3} \cdot \left[ (5^2)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] \\
 &= \frac{2}{3} \cdot 124 \\
 &= \frac{248}{3}
 \end{aligned}$$

Cevap: E

$$\begin{aligned}
 4. \quad \int_0^2 \frac{x^{11} - x^7 + x^4}{x^{-4} - x^{-8} + x^{-11}} dx &= \frac{x^{11} - x^7 + x^4}{x^{-4} - x^{-8} + x^{-11}} = \frac{x^4 (x^7 - x^3 + 1)}{x^{-11} (x^7 - x^3 + 1)} \\
 &= \frac{x^4}{x^{-11}} \\
 &= x^{15} \\
 \int_0^2 x^{15} dx &= \left. \frac{x^{16}}{16} \right|_0^2 \\
 &= \frac{2^{16}}{16} \\
 &= \frac{2^{16}}{2^4} \\
 &= 2^{12}
 \end{aligned}$$

Cevap: D

5.  $\int f'(x) dx = f(x) + c$  olduğundan

$$\begin{aligned}\int_0^3 f'(x) dx &= f(x) \Big|_0^3 \\ &= f(3) - f(0) \\ &= 4 - 5 \\ &= -1 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Cevap: B

6.

$$\begin{aligned}\int_{-5}^0 \underbrace{f(x)}_u \cdot \underbrace{f'(x)}_{du} dx &= \int_{f(-5)}^{f(0)} u du = \frac{u^2}{2} \Big|_{f(-5)}^{f(0)} \\ &= \frac{f^2(x)}{2} \Big|_{-5}^0 \\ &= \frac{f^2(0)}{2} - \frac{f^2(-5)}{2} \\ &= \frac{3^2}{2} - \frac{0^2}{2} \\ &= \frac{9}{2}\end{aligned}$$

$f(x) = u$  olsun.  
 $f'(x) dx = du$  olur.

Cevap: E

7.  $\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[6]{x^3}} = \sqrt[3]{6\sqrt{x^3} \cdot x^6} = \sqrt[3]{18x^9} = x^{\frac{9}{18}} = x^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned}\int_4^9 \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[6]{x^3}} dx &= \int_4^9 x^{1/2} dx \\ &= \frac{x^{3/2}}{3/2} \Big|_4^9 \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left(9^{\frac{3}{2}} - 4^{\frac{3}{2}}\right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot \left((3^2)^{\frac{3}{2}} - (2^2)^{\frac{3}{2}}\right) \\ &= \frac{2}{3} \cdot (3^3 - 2^3) \\ &= \frac{2}{3} \cdot 19 \\ &= \frac{38}{3}\end{aligned}$$

Cevap: D

8.

$$\int_0^a (2x - 7) dx = 3$$

$$(x^2 - 7x) \Big|_0^a = 3$$

$$a^2 - 7a = 3$$

$$a^2 - 7a - 3 = 0$$

kökler toplamı formülünden

$$\begin{aligned}a_1 + a_2 &= \frac{7}{1} \\ &= 7 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Cevap: D

9.

$$\frac{d}{dx} \int_3^{-x} (r+2)^2 \cdot r dr$$

$$= (-x+2)^2 \cdot (-x) \cdot (-x)' - 0$$

$$= (x^2 - 4x + 4) \cdot (-x) \cdot (-1)$$

$$= x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$\begin{aligned}\int_1^2 (x^3 - 4x^2 + 4x) dx &= \left( \frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_1^2 \\ &= \left( \frac{16}{4} - \frac{32}{3} + 8 \right) - \left( \frac{1}{4} - \frac{4}{3} + 2 \right) \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

Cevap: C



1. m, n ve p birbirinden farklı pozitif tam sayılardır.

$$\int_0^m \frac{x^2}{4} dx = \int_0^n \frac{x^3}{3} dx = \int_0^p \frac{x^5}{2} dx$$

olduğuna göre

$$m + n + p$$

toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 12      B) 16      C) 24      D) 28      E) 36

2. a ve b birbirinden farklı pozitif gerçel sayılardır.

$$\int_a^b (4x^3 - 2x) dx = 0$$

olduğuna göre

$$a^2 + b^2$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 8

3.

$$\int_b^a x^2 dx = 1 \text{ ve } \int_b^a dx = 1$$

olduğuna göre

$$a^2 + b^2$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1      B)  $\frac{11}{6}$       C)  $\frac{7}{3}$       D) 3      E)  $\frac{9}{2}$

4.

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} + \int_0^b \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3$$

$$\int_0^a dx + \int_0^b dx = 10$$

olduğuna göre

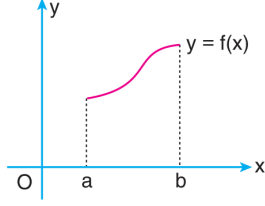
$$a \cdot b$$

çarpımı kaçtır?

- A) 16      B) 8      C) -9      D) -27      E) -36



5. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $(a, b)$  aralığında türevli  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$[a, b]$  aralığındaki yayın uzunluğu

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \text{ ile hesaplanır.}$$

$f(x) = \sqrt{x^3}$  eğrisinin  $\left[0, \frac{4}{9}\right]$  aralığındaki uzunluğu kaç birimdir?

- A)  $\frac{1}{27}(16\sqrt{2} - 8)$       B)  $\frac{1}{9}(4\sqrt{2} + 4)$   
 C)  $\frac{1}{18}(6\sqrt{2} - 4)$       D)  $\frac{1}{27}(8\sqrt{2} - 4)$   
 E)  $\frac{16\sqrt{2}}{81}$

6.  $\int_4^8 f(x) dx = 4$

olduğuna göre

$$\int_0^2 [2x + f(2x + 4)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 12

7.  $\int_0^a f(x) dx = A$

olduğuna göre

$$\int_0^a f(a - x) dx$$

integralinin  $A$  türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $A$       B)  $2A$       C)  $3A$       D)  $4A$       E)  $5A$

8.  $f$  sürekli bir fonksiyondur.

$$\int_n^m f(x) dx = A$$

olduğuna göre

$$\int_0^{m-n} f(x+n) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-A$       B)  $A$       C)  $2A$   
 D)  $A + n$       E)  $A + n + m$



$$1. \int_0^m \frac{x^2}{4} dx = \int_0^n \frac{x^3}{3} dx = \int_0^p \frac{x^5}{2} dx$$

$$\int_0^m \frac{x^2}{4} dx = \frac{x^3}{12} \Big|_0^m = \frac{m^3}{12}$$

$$\int_0^n \frac{x^3}{3} dx = \frac{x^4}{12} \Big|_0^n = \frac{n^4}{12}$$

$$\int_0^p \frac{x^5}{2} dx = \frac{x^6}{12} \Big|_0^p = \frac{p^6}{12}$$

$$\frac{m^3}{12} = \frac{n^4}{12} = \frac{p^6}{12}$$

$$m^3 = n^4 = p^6$$

EKOK(3, 4, 6) = 12 olduğundan

$m = 2^4$ ,  $n = 2^3$  ve  $p = 2^2$  alınırsa

$$(2^4)^3 = (2^3)^4 = (2^2)^6$$

$2^{12} = 2^{12} = 2^{12}$  eşitlikleri sağlanacaktır.

$m + n + p = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 28$  bulunur.

Cevap: D

$$2. \int_a^b (4x^3 - 2x) dx = 0$$

$$(x^4 - x^2) \Big|_a^b = 0$$

$$(b^4 - b^2) - (a^4 - a^2) = 0$$

$$\underline{b^4 - a^4} - \underline{b^2 + a^2} = 0$$

$$(b^2 - a^2)(b^2 + a^2) - (b^2 - a^2) = 0$$

$$(b - a)(b + a)(b^2 + a^2) - (b - a)(b + a) = 0$$

$$(b - a)(b + a)(b^2 + a^2 - 1) = 0$$

$a$  ile  $b$  birbirinden farklı olduğundan  $b - a$  sıfır olamaz.

$a$  ile  $b$  pozitif olduğundan  $b + a$  sıfır olamaz.

O hâlde

$$b^2 + a^2 - 1 = 0$$

$$b^2 + a^2 = 1 \text{ olur.}$$

Cevap: A

3.

$$\int_b^a x^2 dx = 1 \quad \int_b^a dx = 1$$

$$\frac{x^3}{3} \Big|_b^a = 1 \quad x \Big|_b^a = 1$$

$$\frac{a^3}{3} - \frac{b^3}{3} = 1 \quad a - b = 1$$

$$a^3 - b^3 = 3$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

$$3 = 1^3 + 3ab \cdot 1$$

$$2 = 3ab$$

$$a \cdot b = \frac{2}{3}$$

$$(a - b)^2 = (1)^2$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 1$$

$$a^2 + b^2 - \frac{4}{3} = 1$$

$$a^2 + b^2 = \frac{7}{3}$$

Cevap: C

4.

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} + \int_0^b \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3$$

$$\int_0^a x^{-2/3} dx + \int_0^b x^{-2/3} dx = 3$$

$$3x^{1/3} \Big|_0^a + 3x^{1/3} \Big|_0^b = 3$$

$$3a^{1/3} + 3b^{1/3} = 3$$

$$a^{1/3} + b^{1/3} = 1$$

$$\int_0^a dx + \int_0^b dx = 10$$

$$x \Big|_0^a + x \Big|_0^b = 10$$

$$a + b = 10$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) \text{ özdeşliğinde}$$

$$x = a^{1/3} \text{ ve } y = b^{1/3} \text{ alınırsa}$$

$$a + b = (a^{1/3} + b^{1/3})^3 - 3(a \cdot b)^{1/3} \cdot (a^{1/3} + b^{1/3})$$

$$10 = 1^3 - 3 \cdot (a \cdot b)^{1/3} \cdot 1$$

$$(a \cdot b)^{1/3} = -3$$

$$((a \cdot b)^{1/3})^3 = (-3)^3$$

$$a \cdot b = -27 \text{ bulunur.}$$

Cevap: D

5.  $f(x) = x^{3/2}$  olduğundan

$$f'(x) = \frac{3}{2} \cdot x^{1/2} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$\int_0^{4/9} \sqrt{1+(f'(x))^2} dx = \int_0^{4/9} \sqrt{1+\left(\frac{3\sqrt{x}}{2}\right)^2} dx$$

$$= \int_0^{4/9} \sqrt{1+\frac{9x}{4}} dx$$

$$= \int_0^{4/9} \sqrt{\frac{4+9x}{4}} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{4/9} (4+9x)^{1/2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_4^8 u^{1/2} \frac{du}{9}$$

$$= \frac{1}{18} \cdot \frac{u^{3/2}}{\frac{3}{2}} \Big|_4^8$$

$$= \frac{1}{27} u \sqrt{u} \Big|_4^8$$

$$= \frac{1}{27} (8\sqrt{8} - 4\sqrt{4})$$

$$= \frac{1}{27} (16\sqrt{2} - 8) \text{ olur.}$$

$$4 + 9x = u$$

$$9dx = du$$

$$dx = \frac{du}{9}$$

$$x \rightarrow 0 \text{ iken}$$

$$u = 4 + 9 \cdot 0 = 4$$

$$x \rightarrow \frac{4}{9} \text{ iken}$$

$$u = u = 4 + 9 \cdot \frac{4}{9} = 8$$

$$u^{3/2} = u^1 \cdot u^{1/2} = u\sqrt{u}$$

Cevap: A

6.  $\int_0^2 (2x + f(2x+4)) dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 f(2x+4) dx$

$$\int_0^2 f(2x+4) dx = \int_4^8 f(u) \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int_4^8 f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

$$\begin{aligned} 2x+4 &= u & x=0 \text{ için } u &= 4 \\ 2dx &= du & x=2 \text{ için } u &= 8 \\ dx &= \frac{du}{2} \end{aligned}$$

$$\int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2 = 4 - 0 = 4$$

$$\int_0^2 (2x + f(2x+4)) dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 f(2x+4) dx$$

$$= 4 + 2$$

$$= 6$$

Cevap: C

7.

$$a - x = u$$

$$-dx = du$$

$$dx = -du$$

$$x = 0 \text{ için } u = a$$

$$x = a \text{ için } u = 0$$

$$\int_0^a f(a-x) dx = \int_a^0 f(u) (-du)$$

$$= \int_0^a f(u) du$$

$$= A$$

Cevap: A

8.

$$\int_n^m f(x) dx = A$$

$$\int_0^{m-n} f(x+n) dx$$

$$x + n = u \text{ olsun}$$

$$dx = du \text{ olur.}$$

$$x = 0 \text{ için } 0 + n = u \Rightarrow n = u$$

$$x = m - n \text{ için } m - n + n = u \Rightarrow m = u$$

$$\int_0^{m-n} f(x+n) dx = \int_n^m f(u) du$$

$$= A$$

Cevap: B



1.

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$     B)  $\frac{3}{8}$     C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

2.

$$\int_0^8 x^{15} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $2^{24}$     B)  $2^{32}$     C)  $2^{40}$     D)  $2^{44}$     E)  $2^{48}$

3.

$$\int_2^3 (2x-3)^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{13}{3}$     B) 5    C)  $\frac{19}{3}$     D)  $\frac{17}{2}$     E) 10

4.

a ve b sıfırdan ve birbirinden farklı gerçek sayılar olmak üzere

$$\int_b^a \frac{dx}{a-b}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4    B) 3    C) 2    D) 1    E)  $\frac{1}{2}$

5.

$$\int_5^5 (x^2 - 5x + 3) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 5

6.

$$\int_3^5 f(x) dx = 3a + 4 \text{ ve}$$

$$\int_5^3 f(x) dx = 2a - 14$$

olduğuna göre a kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 6





7.  $\int_1^3 f(x) dx = 8$

$$\int_1^9 f(x) dx = 15$$

olduğuna göre

$$\int_9^3 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -7    B) -3    C) -1    D) 1    E) 5

8.  $\int_2^7 f(x) dx = 10$

$$\int_2^7 g(x) dx = 4$$

olduğuna göre

$$\int_2^7 [2f(x) + 3g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4    B) 8    C) 16    D) 24    E) 32

9.  $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$  olmak üzere

$$f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

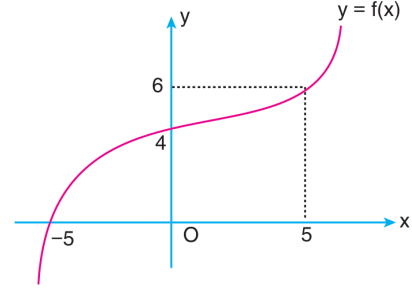
olduğuna göre

$$\int_1^3 d(f(x))$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6    B) 8    C) 10    D) 12    E) 14

10. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



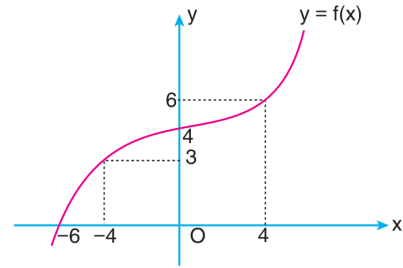
Buna göre

$$\int_0^5 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1    B) 0    C) 2    D) 4    E) 5

11. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_{-4}^4 (f(x) + x \cdot f'(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 42    B) 36    C) 32    D) 28    E) 24



1.  $\int_0^4 \sqrt{x+1+2\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{16}{3}$  B)  $\frac{20}{3}$  C)  $\frac{28}{3}$  D)  $\frac{65}{6}$  E)  $\frac{145}{12}$

2.  $\int_0^2 f(3x-2) dx = 24$

olduğuna göre

$$\int_{-3}^0 f(2x+4) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 30 D) 36 E) 48

3. f ve g gerçekte sayılarda türevlenebilen fonksiyonlardır.

$$\int_1^2 f(x) dx = 4$$

$$\int_1^2 x \cdot f'(x) dx = 8$$

olduğuna göre  $2f(2) - f(1)$  değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

4.  $\int_0^a \frac{dx}{(2x+1)^3} = \frac{6}{25}$

olduğuna göre a pozitif gerçekte sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5.  $\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt{1+x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{5}{3}$  D)  $\frac{7}{3}$  E) 3

6.  $\int_{-3}^{-1} f(x+3) dx + \int_{-2}^0 f(x+2) dx = 12$

olduğuna göre

$$\int_{-1}^1 f(x+1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12





7.  $f(x)$  fonksiyonunun eğrisinin  $x = 1$  ve  $x = 2$  apsisi noktalarındaki teğetlerinin eğim açıları sırasıyla  $30^\circ$  ve  $45^\circ$  dir.

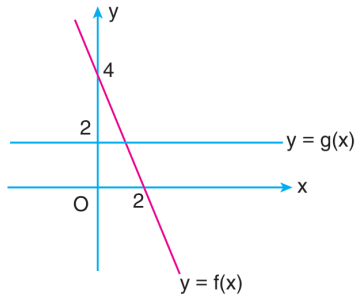
$f''(x)$  fonksiyonu sürekli olduğuna göre

$$\int_1^2 f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{3}$  B)  $-\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{6}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f$  doğrusal ve  $g$  sabit fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$$\int_{-4}^0 f(x) dx = \int_{-a}^a g(x) dx$$

olduğuna göre  $a$  kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

9. Katsayıları pozitif tam sayılar olan  $f$ ,  $g$  ve  $h$  doğrusal fonksiyonları ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- $f'(x) < g'(x) < h'(x)$
- $f(0) > g(0) > h(0)$

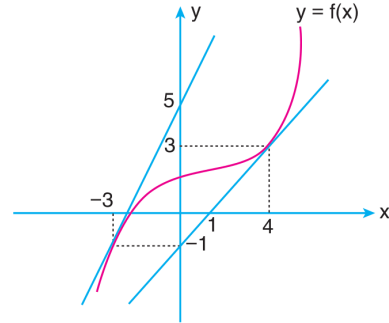
Buna göre

$$\int_0^2 [f(x) + g(x) + h(x)] dx$$

integralinin en küçük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 24

10. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_{-3}^4 x \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12



1.

$$\int_1^3 (x^3 - 2) dx + \int_1^3 x \cdot (1 - x^2) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2.

$$\int_{-1}^1 \frac{x^4 + 1}{x^2} dx + \int_1^{-1} \frac{x^4 + 1}{x^2} dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3.

$$\int_{-2}^0 (x+2)^3 dx + \int_0^{-2} (x+2)^3 dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

4.

$$\int_0^3 \frac{x^2 - 4x + 5}{x^2 - 4x + 4} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B)
- $\frac{5}{2}$
- C) 2 D)
- $\frac{3}{2}$
- E) 1

5.

$$f(x) = x^3 + \int_1^2 \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

fonksiyonunun grafiğine  $x = 1$  apsisli noktadan çizilen teğet doğrusunun eğimi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6.

$$\int_2^3 [2f(x) - 5] dx = 1$$

olduğuna göre

$$\int_2^3 [4 - 3f(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) 1 D) 4 E) 5







7.  $\int_1^5 f(x) dx = 6$  ve  $\int_3^5 [x + f(x)] dx = 12$

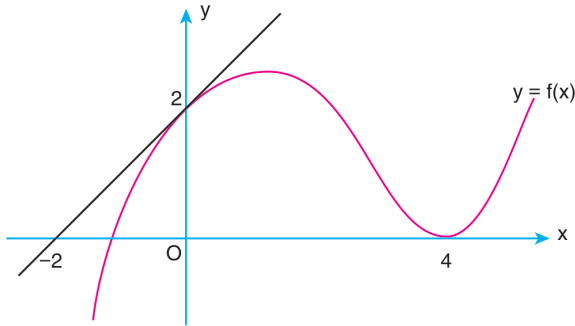
olduğuna göre

$$\int_1^3 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



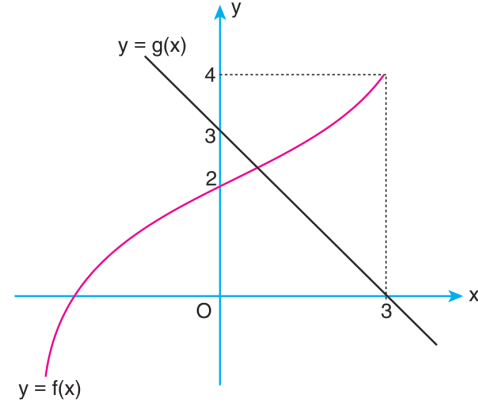
$f(x)$  fonksiyonu d doğrusuna  $(0, 2)$  ve  $x$  eksenine  $(4, 0)$  noktasında teğettir.

$$\int_0^4 m \cdot [f'(x) + f''(x)] dx = 3$$

olduğuna göre  $m$  kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 1      D) 2      E) 3

9. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$$\int_0^3 f(x) \cdot g'(x) dx = A$$

olduğuna göre

$$\int_3^0 f'(x) \cdot g(x) dx$$

integralinin  $A$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-A - 6$       B)  $-A - 3$       C)  $A$   
D)  $A + 3$       E)  $A + 6$

10.  $\int_a^b (4x - 1) dx = \int_0^{b-a} 7 dx$

$a$  ve  $b$  gerçək sayılardır.

$a \neq b$  olduğuna göre  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

### Parçalı Fonksiyonlarda İntegral

Parçalı fonksiyonların kritik noktalarında integral, parçalı integrallerin toplamı biçiminde yazılır. Daha sonra integral alınır.

### Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

Mutlak değer fonksiyonlarının kritik noktalarında integral, parçalı integrallerin toplamı biçiminde yazılır.

$$\int_a^b |f(x)| dx$$

için  $f(x) = 0$  denkleminin kökleri bulunup işaret tablosu düzenlenir. Daha sonra integral alınır.

#### Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq -2 \\ 3, & -2 < x < 1 \\ 3x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre

$$\int_{-4}^2 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20      B) 21      C) 22      D) 23      E) 24

#### Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-4}^2 f(x) dx &= \int_{-4}^{-2} 2x dx + \int_{-2}^1 3 dx + \int_1^2 3x^2 dx \\ &= x^2 \Big|_{-4}^{-2} + 3x \Big|_{-2}^1 + x^3 \Big|_1^2 \\ &= (4 - 16) + 3 \cdot (1 - (-2)) + (27 - 1) \\ &= -12 + 9 + 26 \\ &= 23 \end{aligned}$$

**Cevap: D**

#### Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4, & x < 1 \\ -x, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre

$$\int_0^5 f(x-1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -16      B)  $-\frac{31}{2}$       C) -15      D)  $-\frac{29}{2}$       E) -14

#### Çözüm:

Soru değişken değiştirme yöntemi kullanılarak çözülür.

$$u = x - 1$$

$$du = dx$$

$$x = 0 \Rightarrow u = -1$$

$$x = 5 \Rightarrow u = 4$$

Öyleyse

$$\begin{aligned} \int_0^5 f(x-1) dx &= \int_{-1}^4 f(u) du \text{ olur.} \\ \int_{-1}^4 f(u) du &= \int_{-1}^4 f(x) dx \end{aligned}$$

$$= \int_{-1}^1 (2x-4) dx + \int_1^4 -x dx$$

$$= (x^2 - 4x) \Big|_{-1}^1 - \frac{x^2}{2} \Big|_1^4$$

$$= (1 - 4) - (1 + 4) - \frac{1}{2}(16 - 1)$$

$$= -3 - 5 - \frac{15}{2}$$

$$= -\frac{31}{2}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$$

olduğuna göre

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 36      B) 45      C) 51      D) 60      E) 69

**Örnek:**

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

olduğuna göre

$$\int_0^5 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 15      B) 27      C) 31      D) 35      E) 49

**Çözüm:**

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 3 \\ x^2, & x > 3 \end{cases}$$

$$\int_1^2 f(x) dx \text{ bulunurken } x \in (1, 2) \text{ yani } x \leq 3 \text{ olduğundan}$$

$f(x) = 4x$  alınır.

$$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 4x dx = 2x^2 \Big|_1^2 = 8 - 2 = 6$$

$$\int_3^6 f(x) dx \text{ bulunurken } x \in (3, 6) \text{ yani } x > 3 \text{ olduğundan}$$

$f(x) = x^2$  alınır.

$$\int_3^6 f(x) dx = \int_3^6 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_3^6 = \frac{6^3}{3} - \frac{3^3}{3}$$

$$= 72 - 9 = 63$$

$$\int_1^2 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx = 6 + 63 = 69 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: E**

**Çözüm:**

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\int_0^5 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx$$

$$= \int_0^2 5 dx + \int_2^5 2x dx$$

$$= 5x \Big|_0^2 + x^2 \Big|_2^5$$

$$= (10 - 0) + (25 - 4)$$

$$= 31$$

**Cevap: C**

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , x > 3 \\ 4x + 20 & , x \leq 3 \end{cases}$$

olduğuna göre

$$\int_0^{10} f(x-5) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 64      B) 81      C) 100      D) 144      E) 169

Örnek:

$$\int_0^6 |x-5| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5      B) 8      C) 9      D) 13      E) 15

Çözüm:

I. Yol

$$f(x-5) = \begin{cases} 2(x-5) & , x-5 > 3 \\ 4(x-5) + 20 & , x-5 \leq 3 \end{cases}$$

$$f(x-5) = \begin{cases} 2x-10 & , x > 8 \\ 4x & , x \leq 8 \end{cases} \text{ elde edilir.}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{10} f(x-5) dx &= \int_0^8 4x dx + \int_8^{10} (2x-10) dx \\ &= 2x^2 \Big|_0^8 + (x^2 - 10x) \Big|_8^{10} \\ &= (128 - 0) + [(100 - 100) - (64 - 80)] \\ &= 128 + 16 \\ &= 144 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

II. Yol

$$x-5 = u, \quad dx = du$$

$$\begin{aligned} \int_0^{10} f(x-5) dx &= \int_{-5}^5 f(u) du = \int_{-5}^5 f(x) dx \\ &= \int_{-5}^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_{-5}^3 (4x+20) dx + \int_3^5 2x dx \\ &= (2x^2 + 20x) \Big|_{-5}^3 + x^2 \Big|_3^5 = 78 - (-50) + 25 - 9 = 144 \end{aligned}$$

Çözüm:

$$\begin{aligned} x \leq 5 \text{ ise } |x-5| &= -(x-5) = -x+5 \\ x \geq 5 \text{ ise } |x-5| &= x-5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^6 |x-5| dx &= \int_0^5 |x-5| dx + \int_5^6 |x-5| dx \\ &= \int_0^5 (-x+5) dx + \int_5^6 (x-5) dx \\ &= \left( -\frac{x^2}{2} + 5x \right) \Big|_0^5 + \left( \frac{x^2}{2} - 5x \right) \Big|_5^6 \\ &= \frac{-25}{2} + 25 + (18 - 30) - \left( \frac{25}{2} - 25 \right) \\ &= 13 \end{aligned}$$

Cevap: D

Cevap: D

**Örnek:**

$$f(x) = x^2 - 9x + 18$$

olduğuna göre

$$\int_0^6 |f(x)| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 9      B) 18      C) 27      D) 36      E) 45

**Çözüm:**

$$f(x) = x^2 - 9x + 18$$

fonksiyonunun işaret tablosu oluşturulur.

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x - 6)(x - 3) = 0$$

$$x = 6, x = 3$$

x	3		6
f(x)	+	-	+

(0, 3) aralığında  $f(x) > 0$  ve (3, 6) aralığında  $f(x) < 0$  dır.

$$\begin{aligned} \int_0^6 |f(x)| dx &= \int_0^3 |f(x)| dx + \int_3^6 |f(x)| dx \\ &= \int_0^3 f(x) dx + \int_3^6 -f(x) dx \\ &= \int_0^3 (x^2 - 9x + 18) dx - \int_3^6 (x^2 - 9x + 18) dx \\ &= \left( \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{2} + 18x \right) \Big|_0^3 - \left( \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{2} + 18x \right) \Big|_3^6 \\ &= \left[ \left( 9 - \frac{81}{2} + 54 \right) - (0) \right] - \left[ (72 - 162 + 108) - \left( 9 - \frac{81}{2} + 54 \right) \right] \\ &= 63 - \frac{81}{2} - 18 + 63 - \frac{81}{2} \\ &= 108 - 81 \\ &= 27 \end{aligned}$$

Cevap: C

**Örnek:**

$$\int_0^5 |-3x^2 + 2x - 2| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 30      B) 50      C) 70      D) 90      E) 110

**Çözüm:**

$f(x) = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunda,

$\Delta < 0$  ve  $a < 0$  ise  $f(x)$  daima negatif olur.

$\Delta < 0$  ve  $a > 0$  ise  $f(x)$  daima pozitif olur.

$$\int_0^5 |-3x^2 + 2x - 2| dx$$

$-3x^2 + 2x - 2$  ifadesinde

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-2)$$

$$= -20$$

$x^2$  nin katsayısı ve diskriminant negatif olduğundan

$-3x^2 + 2x - 2$  daima negatiftir.

O hâlde

$$\begin{aligned} \int_0^5 |-3x^2 + 2x - 2| dx &= \int_0^5 (3x^2 - 2x + 2) dx \\ &= \left( x^3 - x^2 + 2x \right) \Big|_0^5 \\ &= 125 - 25 + 10 \\ &= 110 \end{aligned}$$

Cevap: E

**1.**

$$\int_{-2}^{10} |x| dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 20      B) 30      C) 36      D) 48      E) 52

**2.**

$$\int_1^5 |2x - 12| dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 10      B) 18      C) 24      D) 30      E) 36

**3.**

$$\int_0^{1000} \frac{x-5}{|x-5|} dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 10      C) 900  
D) 990      E) 1000

**4.  $m < n < 0$  olmak üzere**

$$\int |m+n| dx + \int |n-m| dx$$

**ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $(-2m - 2n)x + c$       B)  $-2mx + c$   
C)  $-2nx + c$       D)  $2mx + c$   
E)  $2nx + c$

5.  $m < 0 < n$  olmak üzere

$$\int_m^n |x| dx = 10 \text{ ve } m + n = 2$$

olduğuna göre  $m \cdot n$  çarpımı kaçtır?

- A) -8      B) -4      C) 2      D) 6      E) 12

7.  $\int_0^2 |3x^3 - 6x^2 + 2x - 4| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 8      D) 12      E) 16

6.  $\int_2^4 |10 - 3x^2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 36      B) 42      C) 48      D) 60      E) 72

8.  $\mathbb{R} - \{0\}$  da tanımlı  $f$  fonksiyonu için

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} + 3$$

olduğuna göre

$$\int_{-2}^2 \sqrt{f(x)} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 8      E) 9

1.  $x \leq 0$  ise  $|x| = -x$   
 $x > 0$  ise  $|x| = x$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{10} |x| dx &= \int_{-2}^0 |x| dx + \int_0^{10} |x| dx \\ &= \int_{-2}^0 -x dx + \int_0^{10} x dx \\ &= \left. -\frac{x^2}{2} \right|_{-2}^0 + \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^{10} \\ &= 0 - (-2) + 50 - 0 \\ &= 52 \end{aligned}$$

Cevap: E

2.  $1 \leq x \leq 5$  iken  $2x - 12 < 0$  olduğundan  
 $|2x - 12| = 12 - 2x$  olur.

$$\begin{aligned} \int_1^5 |2x - 12| dx &= \int_1^5 (12 - 2x) dx \\ &= \left. (12x - x^2) \right|_1^5 \\ &= (60 - 25) - (12 - 1) \\ &= 24 \end{aligned}$$

Cevap: C

$$\begin{aligned} 3. \int_0^{1000} \frac{x-5}{|x-5|} dx &= \int_0^5 \frac{x-5}{|x-5|} dx + \int_5^{1000} \frac{x-5}{|x-5|} dx \\ &= \int_0^5 \frac{x-5}{-(x-5)} dx + \int_5^{1000} \frac{x-5}{x-5} dx \\ &= \int_0^5 (-1) dx + \int_5^{1000} 1 dx \\ &= -x \Big|_0^5 + x \Big|_5^{1000} \\ &= (-5 - 0) + (1000 - 5) \\ &= -5 + 995 \\ &= 990 \end{aligned}$$

Cevap: D

$$\begin{aligned} 4. \quad m < n < 0 \text{ eşitsizliğinde} \\ m + n < 0 \text{ olduğundan } |m+n| &= -m-n \\ n - m > 0 \text{ olduğundan } |n-m| &= n-m \\ \int |m+n| dx + \int |n-m| dx &= \int (-m-n) dx + \int (n-m) dx \\ &= -mx - nx + nx - mx + c \\ &= -2mx + c \end{aligned}$$

Cevap: B



5.  $\int_m^n |x| dx = 10$  , ( $m < 0 < n$ )

$$\int_m^0 -x dx + \int_0^n x dx = 10$$

$$\left. -\frac{x^2}{2} \right|_m^0 + \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^n = 10$$

$$\frac{m^2}{2} + \frac{n^2}{2} = 10$$

$$m^2 + n^2 = 20$$

$$m + n = 2 \text{ olduğundan}$$

$$(m + n)^2 = 2^2$$

$$\frac{m^2 + n^2 + 2mn}{20} = 4$$

$$20 + 2mn = 4$$

$$2mn = -16$$

$$m \cdot n = -8 \text{ olur.}$$

6.  $\int_2^4 |10 - 3x^2| dx$

$x \in (2, 4)$  için  $10 - 3x^2 < 0$  olacağından

$$|10 - 3x^2| = -(10 - 3x^2) = 3x^2 - 10 \text{ olur.}$$

$$\int_2^4 |10 - 3x^2| dx = \int_2^4 (3x^2 - 10) dx$$

$$= \left( x^3 - 10x \right) \Big|_2^4$$

$$= 24 - (-12)$$

$$= 36$$

Cevap: A

endemik

7.  $\underline{3x^3 - 6x^2} + \underline{2x - 4} = 3x^2(x - 2) + 2(x - 2)$   
 $= (x - 2) \cdot (3x^2 + 2)$

$x \in (0, 2)$  için  $(x - 2) \cdot (3x^2 + 2) < 0$  dir.

$$\begin{aligned} \int_0^2 |3x^3 - 6x^2 + 2x - 4| dx \\ &= \int_0^2 (-3x^3 + 6x^2 - 2x + 4) dx \\ &= \left( -\frac{3x^4}{4} + 2x^3 - x^2 + 4x \right) \Big|_0^2 \\ &= -12 + 16 - 4 + 8 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Cevap: A

Cevap: C

8.  $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2x + \frac{2}{x} + 3$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \text{ olduğundan}$$

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 \text{ olur.}$$

$$x + \frac{1}{x} = a \text{ olsun.}$$

$$f(a) = a^2 - 2 + 2a + 3$$

$$= a^2 + 2a + 1$$

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

$$= (x + 1)^2$$

$$\sqrt{f(x)} = \sqrt{(x + 1)^2} = |x + 1|$$

$$\int_{-2}^2 \sqrt{f(x)} dx = \int_{-2}^2 |x + 1| dx$$

$$= \int_{-2}^{-1} -(x + 1) dx + \int_{-1}^2 (x + 1) dx$$

$$= \left( -\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-1}^2$$

$$= \left( \frac{1}{2} - 0 \right) + \left( 4 - \left( -\frac{1}{2} \right) \right)$$

$$= 5$$

Cevap: B



1.  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & x \leq 0 \\ -4x + 2, & x > 0 \end{cases}$

olduğuna göre

$$\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) 0      C) 2      D) 4      E) 6

2.  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre

$$\int_{-1}^4 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 10      B) 12      C) 15      D) 18      E) 24

3.  $\int_{-4}^2 |x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

4.  $\int_0^6 |2x - 2| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 9      B) 12      C) 18      D) 20      E) 26

5.  $\int_{-4}^{10} \frac{|x|}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -14      B) -8      C) 0      D) 6      E) 14

6.  $\int_0^6 (x^2 + |2x - 4|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 90      B) 92      C) 93      D) 95      E) 96





7.  $\int_2^{10} (|x-4| + |x-8|) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32      B) 36      C) 40      D) 48      E) 52

8.  $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \leq 5 \\ 4x+2 & , x > 5 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\int_1^4 f(x+2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 16      B) 24      C) 30      D) 36      E) 40

9.  $\int_{-5}^{10} [|x-2| - |x-6|] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -12      B) -8      C) 0      D) 12      E) 18

10.  $f(x) = \begin{cases} |2x-2| & , x < 0 \\ 2x & , x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\int_{-1}^2 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5      B) 7      C) 9      D) 12      E) 15

11.  $f(x) = \begin{cases} 2x+n & , x < 2 \\ 8 & , x \geq 2 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

$$\int_{-2}^4 f(x) dx = 20$$

olduğuna göre n kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

12.  $a > 0$  ve  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere

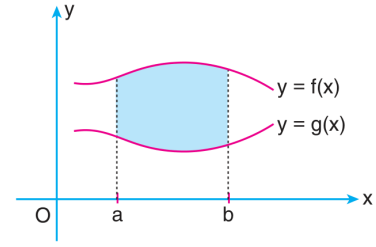
$$\int_0^a |x-4| dx = 26$$

olduğuna göre a kaçtır?

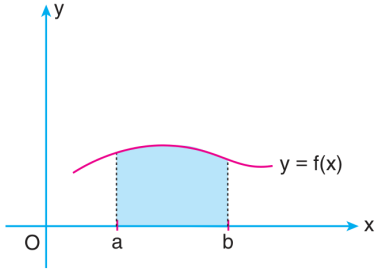
- A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      E) 18

### İntegral ile Alan Hesabı

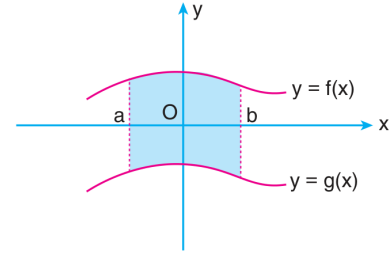
İki fonksiyon arasında kalan kapalı bölgenin alanı bulunurken sınırlar  $x$  ekseninden seçildiğinde alanı istenen bölgenin üstünde bulunan fonksiyondan altında bulunan fonksiyon çıkarılıp integral alınır.



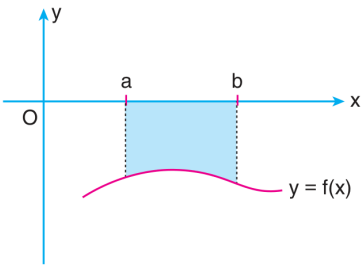
$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



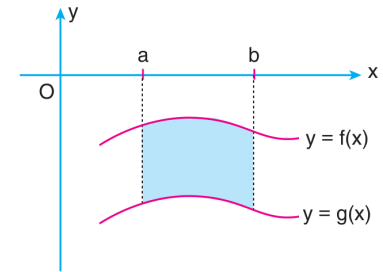
$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_a^b (f(x) - 0) dx \\ &= \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$



$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

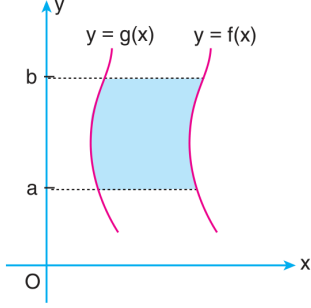


$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_a^b (0 - f(x)) dx \\ &= - \int_a^b f(x) dx \end{aligned}$$

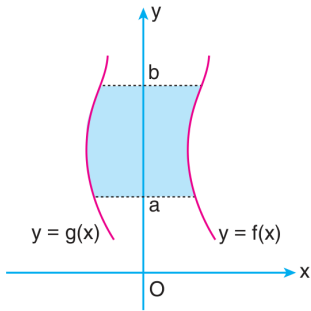


$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

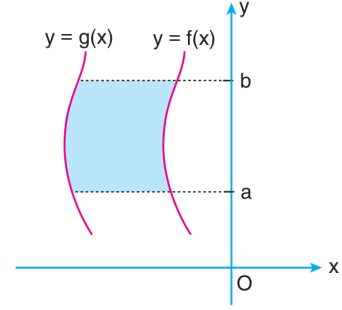
İki fonksiyon arasında kalan kapalı bölgenin alanı bulunurken sınırlar y ekseninden seçildiğinde alanı istenen bölgenin sağında bulunan fonksiyonun tersinden solunda bulunan fonksiyonun tersi çıkarılır.



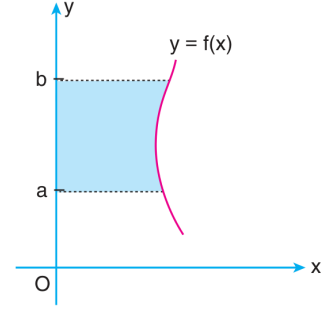
$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$$



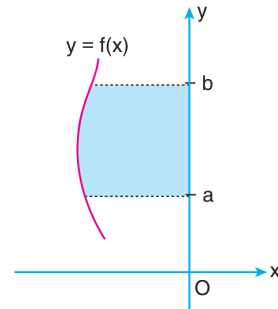
$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$$



$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$$

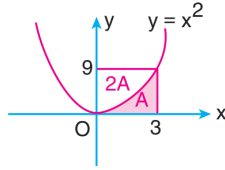
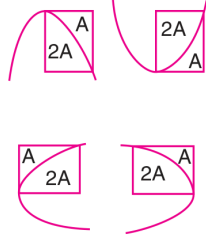


$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_a^b (f^{-1}(x) - 0) dx \\ &= \int_a^b f^{-1}(x) dx \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_a^b [0 - f^{-1}(x)] dx \\ &= - \int_a^b f^{-1}(x) dx \end{aligned}$$

Parabol grafiklerinde tepe noktasından geçecek şekilde dikdörtgen oluşturulduğunda alanlar aşağıdaki oranlarda olur.

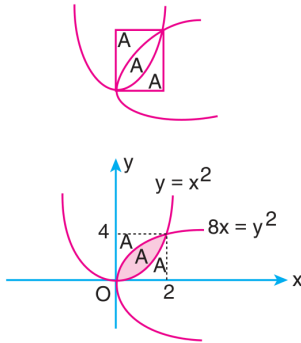


Şekildeki boyalı alan bulunurken dikdörtgenin alanı

$$3 \cdot 9 = 27$$

$$3A = 27$$

$A = 9$  birimkare bulunur.

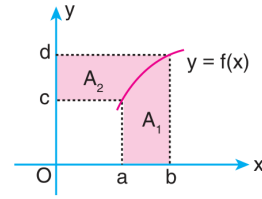


Şekildeki boyalı alan dikdörtgenin alanının  $\frac{1}{3}$ 'ü olacağından  $\frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$  birimkare olur.

İki parabol veya parabol ile doğru arasında kalan kapalı bölgenin alanı hesaplanırken verilen fonksiyonlar eşitlenir. Daha sonra eşitliğin bir tarafı sıfırlanıp ikinci dereceden  $ax^2 + bx + c = 0$  denklemi elde edilir. Bu denklemin diskriminantı  $\Delta = b^2 - 4ac$  olmak üzere  $\frac{\Delta \sqrt{\Delta}}{6a^2}$  formülü ile alan bulunabilir.

( $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminde sadeleştirme yapılmaz.)

•  $[a, b]$  aralığında tanımlı  $y = f(x)$  bire bir ve örten fonksiyondur.

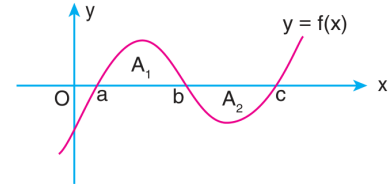


$$A_1 = \int_a^b f(x) dx, \quad A_2 = \int_c^d f^{-1}(x) dx$$

$$A_1 + A_2 = b \cdot d - a \cdot c \text{ olur.}$$

Bu durumda  $f(a) = c$  ve  $f(b) = d$  iken

$$\int_a^b f(x) dx + \int_c^d f^{-1}(x) dx = b \cdot d - a \cdot c \text{ dir.}$$

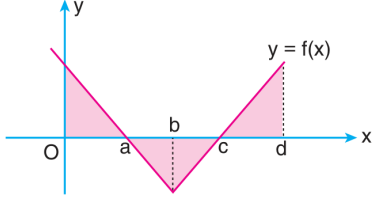


$$\int_a^c f(x) dx = A_1 - A_2$$

$$\int_a^c |f(x)| dx = A_1 + A_2$$

**Örnek:**

Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\int_0^d f(x) dx$
- B)  $\int_0^d f(x) dx$
- C)  $\int_0^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx$
- D)  $-\int_0^b f(x) dx + \int_b^d f(x) dx$
- E)  $\int_0^a f(x) dx - \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$

**Çözüm:**

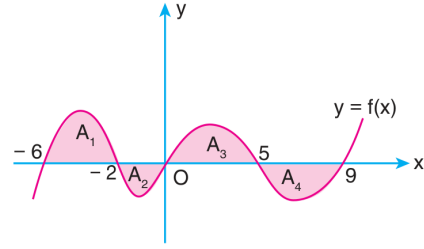
Boyalı bölgenin  $[0, a]$  ve  $[c, d]$  aralıklarının bulunduğu kısımlar  $x$  ekseninin üstünde bulunduğu için belirli integralin sonucu pozitif çıkar.

$[a, c]$  aralığındaki kısmı ise  $x$  ekseninin altında bulunduğu için belirli integralin sonucu negatif çıkar.

Alan negatif çıkmayacağından bu aralıktaki integralin negatif işaretlisi alınır.

$$\int_0^a f(x) dx - \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx \text{ olur.}$$

**Cevap: E**

**Örnek:**

Yukarıdaki şekilde  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  ve  $A_4$  bulundukları kapalı bölgelerin alanları;

$$A_1 = 20 \text{ birimkare,}$$

$$A_2 = 5 \text{ birimkare,}$$

$$A_3 = 24 \text{ birimkare,}$$

$$A_4 = 26 \text{ birimkare}$$

olduğuna göre

$$\int_{-6}^9 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 9      B) 12      C) 13      D) 15      E) 19

**Çözüm:**

Sınırları  $x$  ekseninden seçtiğimizde integral  $x$  ekseninin üzerindeki bölgelerde pozitif, altındaki bölgelerde negatif olur.

$$\begin{aligned} & \int_{-6}^9 f(x) dx \\ &= \int_{-6}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^5 f(x) dx + \int_5^9 f(x) dx \\ &= A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \\ &= 20 - 5 + 24 - 26 \\ &= 13 \end{aligned}$$

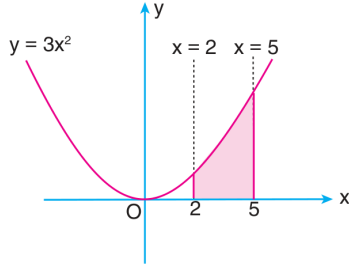
**Cevap: C**

Örnek:

$y = 3x^2$  eğrisi,  $x = 5$  doğrusu,  $x = 2$  doğrusu ve  $x$  eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 84 B) 96 C) 100 D) 108 E) 117

Çözüm:

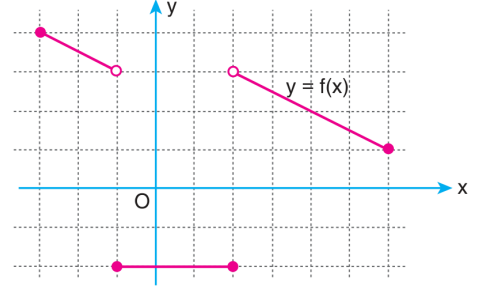


$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \\ &= \int_2^5 3x^2 dx \\ &= x^3 \Big|_2^5 \\ &= 5^3 - 2^3 \\ &= 117 \text{ birimkare} \end{aligned}$$

Cevap: E

Örnek:

$[-3, 6]$  aralığında tanımlı bir  $f$  fonksiyonunun grafiği birim-karelere bölünmüş, aşağıdaki koordinat düzleminde verilmiştir.



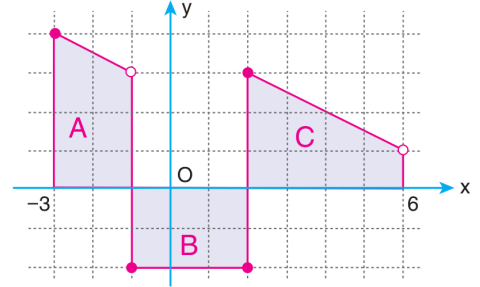
Buna göre

$$\int_{-3}^6 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 21

Çözüm:



A, B ve C'nin bulunduğu bölgelerin alanları bulunur.

$$A = \frac{(4+3) \cdot 2}{2} = 7 \text{ birimkare}$$

$$B = 3 \cdot 2 = 6 \text{ birimkare}$$

$$C = \frac{(1+3) \cdot 4}{2} = 8 \text{ birimkare}$$

$$\int_{-3}^6 f(x) dx = A - B + C$$

$$= 7 - 6 + 8$$

$$= 9$$

Cevap: B



**Örnek:**

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı azalan ve sürekli bir  $f$  fonksiyonu için

$$f(2) = 8$$

$$f(3) = 6$$

$$f(4) = 5$$

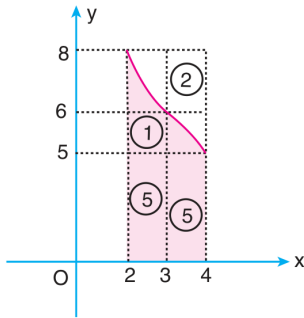
eşitlikleri verilmiştir.

**Buna göre**

$$\int_2^4 f(x) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 14      E) 16

**Çözüm:**

$$5 + 5 + 1 < \int_2^4 f(x) dx < 2 \cdot 8 - 2$$

$$11 < \int_2^4 f(x) dx < 14$$

11 ile 14 arasında 12 olabilir.

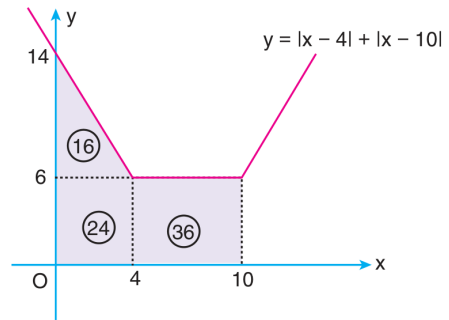
**Cevap: C**

**Örnek:**

$$\int_0^{10} [ |x-4| + |x-10| ] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 36      B) 48      C) 60      D) 72      E) 76

**Çözüm:**

$$\int_0^{10} [ |x-4| + |x-10| ] dx \text{ integrali}$$

$x \in [0, 10]$  aralığında

$y = |x-4| + |x-10|$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  ekseninde kalan bölgenin alanı

$$16 + 24 + 36 = 76 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: E**

**Örnek:**

$y = x^2$  eğrisi,  $x + y = 12$  doğrusu ve  $x$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 27      B) 30      C) 36      D)  $\frac{81}{2}$       E)  $\frac{99}{2}$

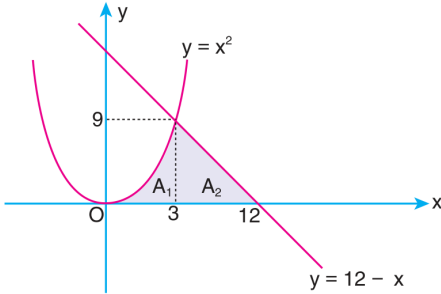
**Çözüm:**

$$x^2 = 12 - x$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$(x + 4) \cdot (x - 3) = 0$$

$$x = -4, x = 3$$



$$A_1 = \int_0^3 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^3 = 9 - 0 = 9$$

$$A_2 = \text{Üçgenin alanı} = \frac{9 \cdot 9}{2}$$

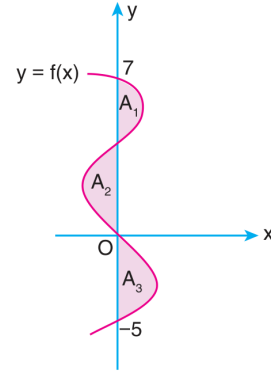
$$= \frac{81}{2}$$

$$A_1 + A_2 = 9 + \frac{81}{2}$$

$$= \frac{99}{2} \text{ br}^2$$

**Cevap: E**

**Örnek:**



Yukarıdaki şekilde  $A_1$ ,  $A_2$  ve  $A_3$  bulundukları bölgenin alanlarıdır ve

$$A_1 = 10 \text{ birimkare,}$$

$$A_2 = 15 \text{ birimkare,}$$

$$A_3 = 18 \text{ birimkaredir.}$$

**Buna göre**

$$\int_{-5}^7 f^{-1}(x) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 9      B) 13      C) 15      D) 25      E) 43

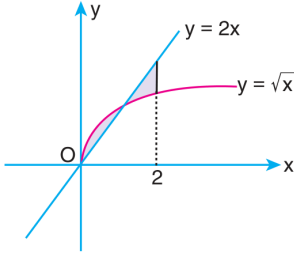
**Çözüm:**

Sınırlar  $y$  ekseninden seçildiğinde integral  $y$  ekseninin sağ tarafındaki bölgelerde pozitif, sol tarafındaki bölgelerde negatif çıkar.

$$\begin{aligned} \int_{-5}^7 f^{-1}(x) dx &= A_1 - A_2 + A_3 \\ &= 10 - 15 + 18 \\ &= 13 \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

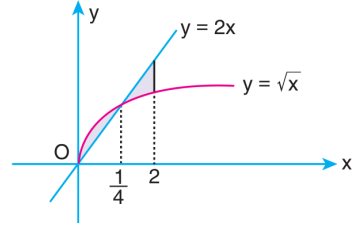
- A)  $\int_0^{\frac{1}{4}} (\sqrt{x} - 2x) dx + \int_{\frac{1}{4}}^2 (2x - \sqrt{x}) dx$
- B)  $\int_0^2 (2x - \sqrt{x}) dx$
- C)  $\int_0^2 (\sqrt{x} - 2x) dx$
- D)  $\int_0^1 (\sqrt{x} - 2x) dx + \int_1^2 (2x - \sqrt{x}) dx$
- E)  $\int_0^{\frac{1}{4}} (2x - \sqrt{x}) dx + \int_{\frac{1}{4}}^2 (\sqrt{x} - 2x) dx$

**Çözüm:**

$$2x = \sqrt{x} \quad (\text{Her iki tarafın karesi alınır.})$$

$$4x^2 = x$$

$$x = 0 \quad \text{veya} \quad x = \frac{1}{4}$$



$x \in \left[0, \frac{1}{4}\right]$  aralığında  $y = \sqrt{x}$  eğrisi  $y = 2x$  doğrusunun üzerinde bulunduğundan üstteki fonksiyondan alttaki fonksiyon çıkarılarak alan

$$\int_0^{\frac{1}{4}} (\sqrt{x} - 2x) dx \quad \text{integralinin değerine eşittir.}$$

$x \in \left[\frac{1}{4}, 2\right]$  aralığında  $y = 2x$  doğrusu  $y = \sqrt{x}$  eğrisinin üzerinde bulunduğundan üstteki fonksiyondan alttaki fonksiyon çıkarılarak alan

$$\int_{\frac{1}{4}}^2 (2x - \sqrt{x}) dx \quad \text{integralinin değerine eşittir.}$$

Boyalı bölgenin alanı

$$\int_0^{\frac{1}{4}} (\sqrt{x} - 2x) dx + \int_{\frac{1}{4}}^2 (2x - \sqrt{x}) dx \quad \text{olur.}$$

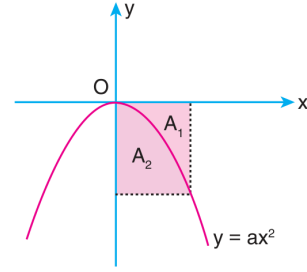
**Cevap: A**

Örnek:

$y = x^5$  eğrisi,  $y = 1$ ,  $y = 32$  doğruları ve  $y$  ekseninde kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{105}{2}$  B) 50 C)  $\frac{85}{2}$  D)  $\frac{81}{2}$  E)  $\frac{77}{2}$

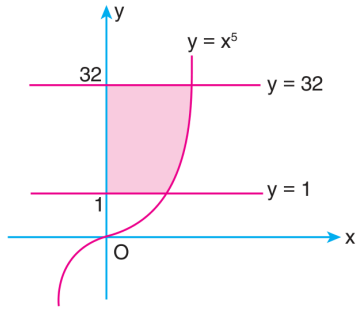
Örnek:



Şekilde  $A_1$  ve  $A_2$  bulundukları bölgelerin birimkare türünden alanlarını belirttiğine göre  $\frac{A_1 + A_2}{A_2 - A_1}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$  B) 2 C) 3 D) 4 E)  $\frac{9}{2}$

Çözüm:



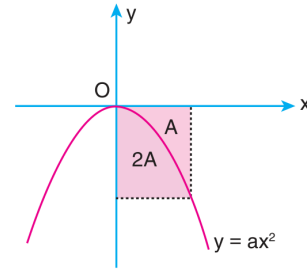
$y = x^5$  fonksiyonunun tersi bulunur.

$$(y)^{\frac{1}{5}} = (x^5)^{\frac{1}{5}} \text{ ise } y^{\frac{1}{5}} = x$$

$$f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{5}} \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} \int_{y_1}^{y_2} f^{-1}(x) dx &= \int_1^{32} x^{\frac{1}{5}} dx \\ &= \frac{5}{6} \cdot x^{\frac{6}{5}} \Big|_1^{32} \\ &= \frac{105}{2} \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Çözüm:



$A_1 = A$  birimkare

$A_2 = 2A$  birimkare

$$\begin{aligned} \frac{A_1 + A_2}{A_2 - A_1} &= \frac{A + 2A}{2A - A} \\ &= \frac{3A}{A} \\ &= 3 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap: A

Cevap: C

**Örnek:**

$y = x^2 + 2x - 4$  parabolü ile  $y = 4x + 11$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{128}{3}$  B)  $\frac{140}{3}$  C)  $\frac{181}{3}$   
D)  $\frac{230}{3}$  E)  $\frac{256}{3}$

**Çözüm:**

İki parabol veya parabol ile doğru arasında kalan kapalı bölgenin alanı hesaplanırken verilen fonksiyonlar eşitlenir. Daha sonra eşitliğin bir tarafı sıfırlanıp ikinci dereceden  $ax^2 + bx + c = 0$  denklemi elde edilir. Bu denklemin diskriminantı

$\Delta = b^2 - 4ac$  olmak üzere  $\frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6a^2}$  formülü ile alan bulunabilir.

( $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminde sadeleştirme yapılmaz.)

$$x^2 + 2x - 4 = 4x + 11$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

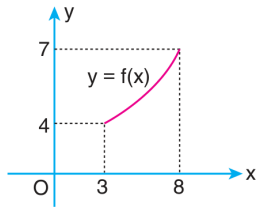
$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$$

$$\frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6a^2} = \frac{64 \cdot 8}{6} = \frac{256}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: E**

**Örnek:**

Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  eğrisinin grafiği verilmiştir.

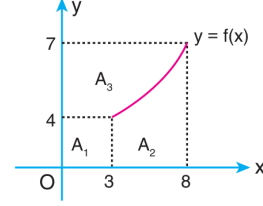


Buna göre

$$\int_3^8 f(x) dx + \int_4^7 f^{-1}(x) dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 44

**Çözüm:****I. Yol**

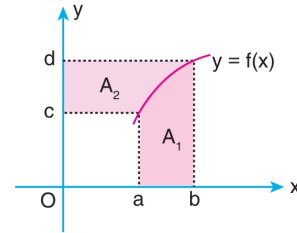
$$\int_3^8 f(x) dx = A_2, \quad \int_4^7 f^{-1}(x) dx = A_3$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 7 \cdot 8, \quad A_2 + A_3 = 44$$

$$\int_3^8 f(x) dx + \int_4^7 f^{-1}(x) dx = A_2 + A_3 = 44 \text{ bulunur.}$$

**II. Yol**

$[a, b]$  aralığında tanımlı  $y = f(x)$  bire bir ve örten fonksiyondur.



$$A_1 = \int_a^b f(x) dx, \quad A_2 = \int_c^d f^{-1}(x) dx$$

$$A_1 + A_2 = b \cdot d - a \cdot c \text{ olur.}$$

$$f(a) = c \text{ ve } f(b) = d \text{ iken}$$

$$\int_a^b f(x) dx + \int_c^d f^{-1}(x) dx = b \cdot d - a \cdot c \text{ 'dir.}$$

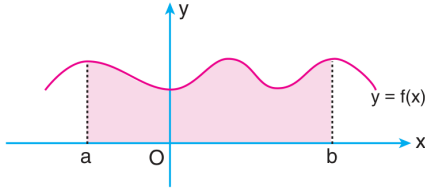
Bu durumda

$$\int_3^8 f(x) dx + \int_4^7 f^{-1}(x) dx = 8 \cdot 7 - 3 \cdot 4 = 44$$

**Cevap: E**



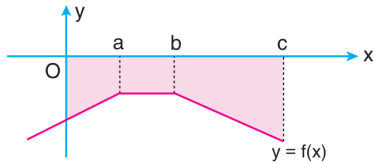
1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\int_0^c f(x) dx$   
 B)  $\int_a^b f(x) dx$   
 C)  $-\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$   
 D)  $\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$   
 E)  $\int_a^b f^{-1}(x) dx$

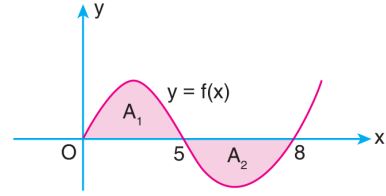
2. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\int_0^c f(x) dx$   
 B)  $\int_0^c f(x) dx$   
 C)  $\int_0^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$   
 D)  $\int_0^a f(x) dx - \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$   
 E)  $\int_0^c f^{-1}(x) dx$

3.



Yukarıdaki şekilde  $A_1$  ve  $A_2$  bulundukları kapalı bölgelerin alanlarıdır ve  $A_1 = 15$  birimkaredir.

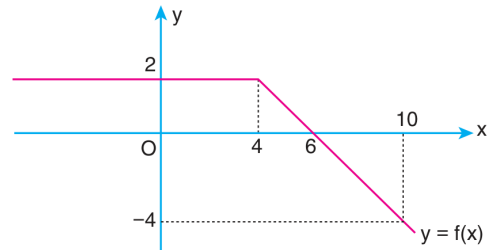
Buna göre

$$\int_0^8 |f(x)| dx + \int_0^8 f(x) dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 25      B) 30      C) 35      D) 40      E) 45

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

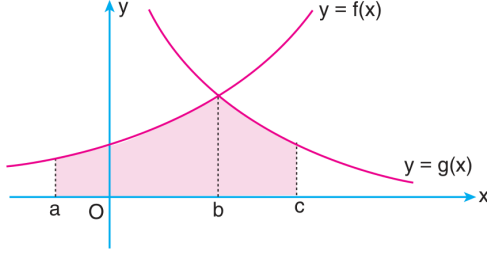


$$\int_{-a}^{10} f(x) dx = 30$$

olduğuna göre  $a$  kaçtır?

- A) 6      B) 10      C) 14      D) 16      E) 18

5. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

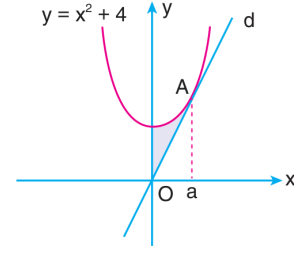
- A)  $\int_a^c [f(x) + g(x)] dx$   
 B)  $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx$   
 C)  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c g(x) dx$   
 D)  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$   
 E)  $\int_a^c [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$

6.  $x \in [0, 2]$  ve  $y \in [0, 10]$

olmak üzere koordinat düzleminde rastgele seçilen bir  $(x, y)$  ikilisinin  $y \leq x^3$  eşitsizliğini sağlama olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{16}{3}$  B)  $\frac{1}{5}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = x^2 + 4$  eğrisi ile  $d$  doğrusu A noktasında teğettir.



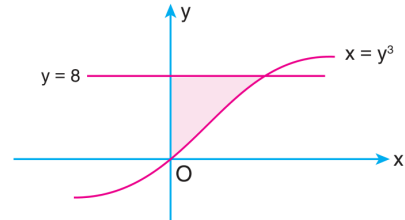
Buna göre boyalı alan kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{3}{2}$  B) 2 C)  $\frac{8}{3}$  D) 3 E)  $\frac{10}{3}$

8.  $x = \sqrt{y-2}$  eğrisi,  $y = 6$  doğrusu ve  $y$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{8}{3}$  B) 4 C)  $\frac{16}{3}$  D)  $\frac{35}{6}$  E)  $\frac{55}{9}$

9. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $x = y^3$  eğrisi ile  $y = 8$  doğrusunun grafikleri verilmiştir.



$x = y^3$  eğrisi,  $y = 8$  doğrusu ve  $y$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 600 B) 720 C) 840  
 D) 960 E) 1024

1. Boyalı bölge x ekseninin üstünde bulunduğu için  $[a, b]$  aralığındaki belirli integralin sonucu pozitif çıkar.

Bu aralıktaki integral

$$\int_a^b f(x) dx \text{ ile alan bulunabilir.}$$

**Cevap: B**

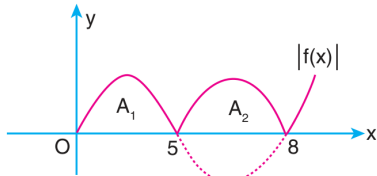
2. Boyalı bölge x ekseninin altında bulunduğu için  $[0, c]$  aralığındaki belirli integralin sonucu negatif çıkar.

Alan negatif olamayacağı için bu aralıktaki integralin negatif işaretlisi

$$-\int_0^c f(x) dx \text{ ile alan bulunabilir.}$$

**Cevap: A**

3.  $y = |f(x)|$  fonksiyonunun grafiği  $f(x)$  in x ekseninin altında kalan kısmının x eksenine göre simetrisi alınarak x ekseninin yukarısına taşınmasıyla elde edilir.



Bu durumda

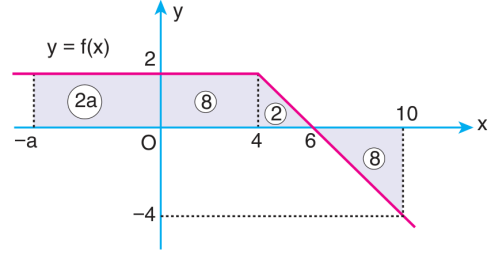
$$\int_0^8 |f(x)| dx = A_1 + A_2 = 15 + A_2$$

$$\int_0^8 f(x) dx = A_1 - A_2 = 15 - A_2 \text{ olur.}$$

$$\underbrace{\int_0^8 |f(x)| dx}_{15+A_2} + \underbrace{\int_0^8 f(x) dx}_{15-A_2} = 30$$

**Cevap: B**

4.



$$\int_{-a}^{10} f(x) dx = 30$$

$$2a + 8 + 2 - 8 = 30$$

$$2a = 28$$

$$a = 14$$

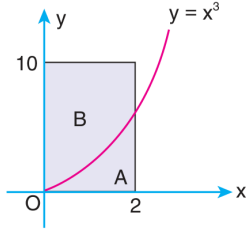
**Cevap: C**

5.  $[a, b]$  aralığında  $f(x)$  fonksiyonu ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı  $\int_a^b f(x) dx$ ,  $[b, c]$  aralığında  $g(x)$  fonksiyonu ile x eksenini arasında kalan bölgenin alanı  $\int_b^c g(x) dx$  olduğundan boyalı alan  $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c g(x) dx$  biçiminde bulunur.

**Cevap: C**



6.



$$A = \int_0^2 x^3 dx = \left. \frac{x^4}{4} \right|_0^2 = 4$$

$A = 4$  birimkare

$A + B = 2 \cdot 10 = 20$  birimkare

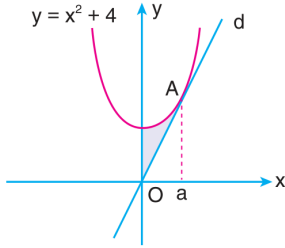
$y \leq x^3$  eşitsizliği A bölgesinde sağlanmaktadır.

İstenilen aralıktan rastgele seçilen bir ikilinin  $y \leq x^3$  eşitsizliğini sağlama olasılığı

$$\frac{A}{A+B} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \text{ olur.}$$

Cevap: B

7.



d doğrusunun eğimi türev yardımıyla bulunur.

$$y = x^2 + 4$$

$$y' = 2x \Big|_a$$

d doğrusunun eğimi  $= 2a$

$$\text{d doğrusunun eğimi } \tan \alpha = \frac{a^2 + 4}{a}$$

$$2a = \frac{a^2 + 4}{a}$$

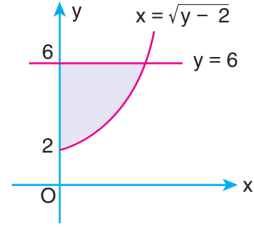
$$a = 2$$

$$\text{Boyalı alan} = \int_0^a (x^2 + 4) dx - \frac{a \cdot (a^2 + 4)}{2}$$

$$a = 2 \text{ için } \left( \frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 - \frac{2 \cdot 8}{2} = \frac{8}{3} + 8 - 8 = \frac{8}{3}$$

Cevap: C

8.



$$\begin{aligned} \int_2^6 \sqrt{y-2} dy &= \int_2^6 (y-2)^{\frac{1}{2}} dy = \frac{2}{3} \cdot (y-2)^{\frac{3}{2}} \Big|_2^6 \\ &= \frac{2}{3} \cdot (4^{\frac{3}{2}} - 0) \\ &= \frac{16}{3} \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Cevap: C

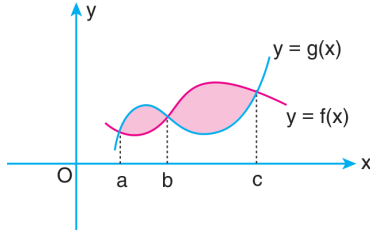
9.  $x = y^3$  olduğundan  $f^{-1}(x) = x^3$  olur.

$$\begin{aligned} \int_{y_1}^{y_2} f^{-1}(x) dx &= \int_0^8 x^3 dx \\ &= \left. \frac{x^4}{4} \right|_0^8 \\ &= 1024 \text{ br}^2 \end{aligned}$$

Cevap: E



1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = g(x)$  ve  $y = f(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



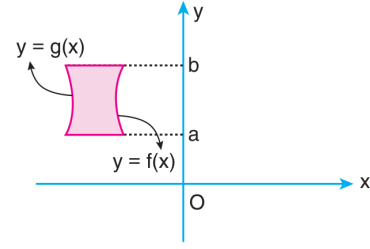
Buna göre  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  eğrileri arasında kalan kapalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx$   
 B)  $\int_a^c [g(x) - f(x)] dx$   
 C)  $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$   
 D)  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx$   
 E)  $2 \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$

2.  $y = 2x^3$  eğrisi ile  $y = 8x$  doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 12    B) 16    C) 20    D) 24    E) 30

3.



Şekilde  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  eğrileri arasında kalan boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx$   
 B)  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$   
 C)  $\int_a^b [g^{-1}(x) - f^{-1}(x)] dx$   
 D)  $\int_a^b [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$   
 E)  $\int_a^b [f^{-1}(x) + g^{-1}(x)] dx$

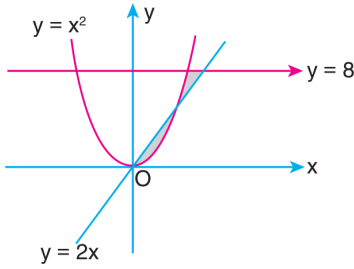
4.  $x = -y^2$  eğrisi ile  $y = x + 6$  doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{80}{3}$     B)  $\frac{77}{3}$     C)  $\frac{125}{6}$     D) 20    E) 18

5.  $y = x^2$  ile  $y = 10 - x^2$  eğrileri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $10\sqrt{3}$  B)  $15\sqrt{3}$  C)  $10\sqrt{5}$   
D)  $\frac{40\sqrt{5}}{3}$  E)  $20\sqrt{5}$

6.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^2 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx + \int_2^8 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$   
B)  $\int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx + \int_4^8 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$   
C)  $\int_0^4 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx + \int_4^8 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$   
D)  $\int_0^8 (8 - x^2) dx$   
E)  $\int_0^8 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx$

7.  $y = 8x^2$  eğrisi ile  $8x = y^2$  eğrisi arasındaki sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{2}{3}$  D) 1 E)  $\frac{3}{2}$

8.  $f(x) = x^3 + 3x$  olduğuna göre

$$\int_0^4 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C)  $\frac{7}{4}$  D)  $\frac{9}{4}$  E) 4

1.  $x \in (a, b)$  aralığında  $g(x)$  eğrisi,  $f(x)$  eğrisinin üstünde olduğundan

$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \text{ olarak bulunur.}$$

$x \in (b, c)$  aralığında  $f(x)$  eğrisi,  $g(x)$  eğrisinin üstünde olduğundan

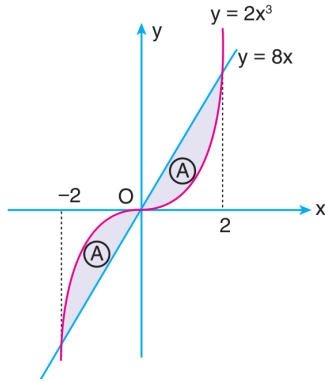
$$\text{Boyalı alan} = \int_b^c [f(x) - g(x)] dx \text{ olarak bulunur.}$$

Boyalı alanlar toplamı

$$\int_a^b [g(x) - f(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$$

**Cevap: C**

2.



$$2x^3 = 8x$$

$$x^3 = 4x$$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) = 0$$

$$x = 0, x = 2, x = -2$$

$$A = \int_0^2 (8x - 2x^3) dx = \left( 4x^2 - \frac{x^4}{2} \right) \Big|_0^2 = 8$$

$$2A = 2 \cdot 8$$

$$= 16$$

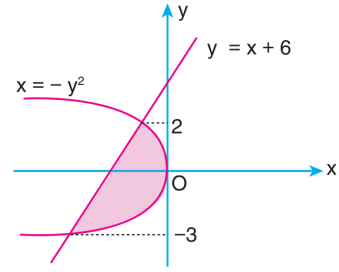
**Cevap: B**

3.  $y \in (a, b)$  aralığında  $f(x)$  eğrisi,  $g(x)$  eğrisinin sağında olduğundan sağda bulunan fonksiyonun tersinden solda bulunan fonksiyonun tersi çıkarılır.

$$\text{Boyalı alan} = \int_a^b [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx \text{ bulunur.}$$

**Cevap: D**

4.



$$y = x + 6$$

$$y - 6 = x$$

$$x = -y^2$$

$$y - 6 = -y^2$$

$$y^2 + y - 6 = 0$$

$$y = -3$$

$$y = 2$$

$y \in (-3, 2)$  aralığında  $x = -y^2$  eğrisi  $y = x + 6$  doğrusunun sağında yer aldığından boyalı alanın sağında bulunan fonksiyonun tersinden boyalı alanın solunda bulunan fonksiyonun tersi çıkarılır.

$$\begin{aligned} \int_{y_1}^{y_2} (-y^2) - (y - 6) dy &= \int_{-3}^2 (-y^2 - y + 6) dy \\ &= \left( -\frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + 6y \right) \Big|_{-3}^2 \\ &= \left( -\frac{8}{3} - 2 + 12 \right) - \left( 9 - \frac{9}{2} - 18 \right) \\ &= 19 - \frac{8}{3} + \frac{9}{2} \\ &= \frac{125}{6} \text{ birimkare} \end{aligned}$$

**Cevap: C**

$$5. \quad x^2 = 10 - x^2$$

$$2x^2 - 10 = 0$$

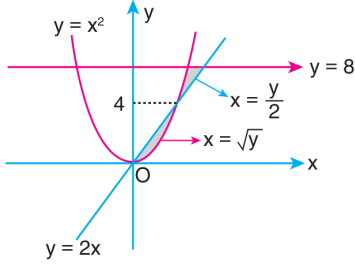
$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 80$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sqrt{\Delta}}{6a^2} &= \frac{80 \cdot \sqrt{80}}{6 \cdot 2^2} \\ &= \frac{80 \cdot 4\sqrt{5}}{24} \\ &= \frac{40\sqrt{5}}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Cevap: D**

6.  $x^2 = 2x$   
 $x = 2$

$y = 2x = 4$   
 $\downarrow$   
2



$y \in [0, 4]$  aralığında  $x = \sqrt{y}$  eğrisi  $x = \frac{y}{2}$  doğrusunun sağında bulunduğundan sağdaki  $x$  değerinden soldaki  $x$  değeri çıkarılarak alan

$$\int_0^4 \left( \sqrt{y} - \frac{y}{2} \right) dy \text{ olarak bulunur.}$$

$y \in [4, 8]$  aralığında  $x = \frac{y}{2}$  doğrusu  $x = \sqrt{y}$  eğrisinin sağında bulunduğundan sağdaki  $x$  değerinden soldaki  $x$  değeri çıkarılarak alan

$$\int_4^8 \left( \frac{y}{2} - \sqrt{y} \right) dy \text{ olarak bulunur.}$$

Boyalı bölgenin alanı

$$\int_0^4 \left( \sqrt{y} - \frac{y}{2} \right) dy + \int_4^8 \left( \frac{y}{2} - \sqrt{y} \right) dy \text{ olur.}$$

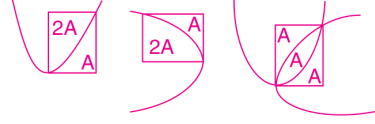
$y$  yerine  $x$  yazılarak

$$\int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{x}{2} \right) dx + \int_4^8 \left( \frac{x}{2} - \sqrt{x} \right) dx$$

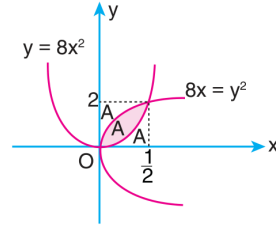
olarak da ifade edilebilir.

**Cevap: B**

7.



Parabollerin tepe noktasından geçecek şekilde dikdörtgen oluşturulduğunda alanlar şekildeki oranlarda olur.



$$8x = y^2 \Rightarrow 8x = (8x^2)^2 \Rightarrow 8x = 64x^4 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = 8x^2$$

$$y = 8 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^2 = 2$$

$$3A = 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$3A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{3} \text{ birimkare}$$

**Cevap: A**

8.

$$x^3 + 3x = 0$$

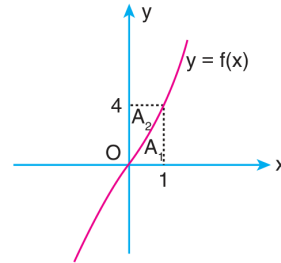
$$x(x^2 + 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0 \text{ için } y = x^3 + 3x = 0$$

$$\text{olur. Grafik } (0,0)$$

noktasından geçecektir.



$$A_1 = \int_0^1 f(x) dx, \quad A_2 = \int_0^4 f^{-1}(x) dx$$

$$A_1 + A_2 = 4$$

$$A_2 = 4 - A_1 = 4 - \int_0^1 f(x) dx$$

$$= 4 - \int_0^1 (x^3 + 3x) dx$$

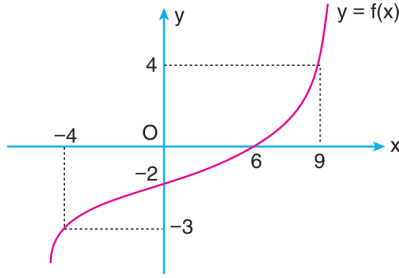
$$= 4 - \left( \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^1$$

$$= 4 - \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right) = \frac{9}{4} \text{ bulunur.}$$

**Cevap: D**



1. Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-3}^{-2} f^{-1}(x) dx = \int_0^9 f(x) dx$$

olduğuna göre

$$\int_{-4}^9 (f(x) + f'(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -5      B) -3      C) 2      D) 5      E) 9

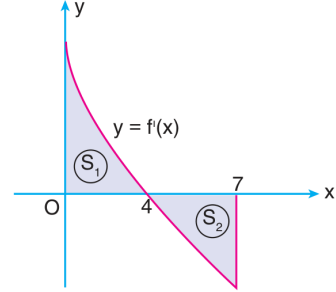
2.  $a < b$  olmak üzere

$$\int_a^b (-x^2 + 4x) dx$$

integralinin en büyük değeri kaçtır?

- A)  $\frac{16}{3}$       B)  $\frac{32}{3}$       C) 12      D) 16      E) 8

3. Aşağıda  $f$  fonksiyonunun türevinin  $[0, 7]$  aralığındaki grafiği verilmiştir.



$S_1$  ve  $S_2$  bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere

$S_1 = 16$  birimkare

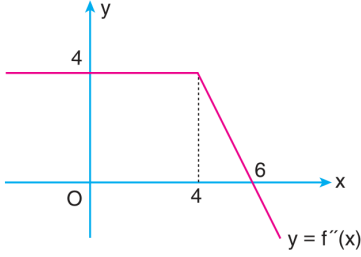
$S_2 = 12$  birimkare

$f(0) = 2$  dir.

Buna göre  $f(4) + f(7)$  toplamı kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 12      D) 18      E) 24

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun ikinci mertebeden türevinin grafiği verilmiştir.



$f'(0) = 6$  olduğuna göre  $f'(6)$  kaçtır?

- A) 12    B) 18    C) 24    D) 26    E) 30

5.  $f(x) = x^a$  ve  $g(x) = x^{a+1}$  fonksiyonları arasındaki bölgenin alanı  $A(a)$  olarak veriliyor.

Buna göre  $\sum_{a=4}^{\infty} A(a)$  toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{5}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

6.  $f$  bire bir ve örten bir fonksiyondur.

$$f(1) = 5$$

$$f(9) = 15$$

$$\int_5^{15} f^{-1}(x) dx = 60$$

olduğuna göre

$$\int_1^9 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 40    B) 50    C) 60    D) 70    E) 80

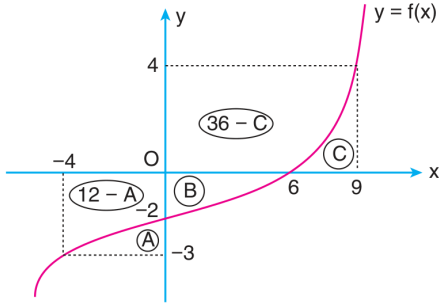
7.  $f(x) = x^{2n+1}$  ve  $g(x) = x^{2n+3}$  fonksiyonları arasında kalan bölgenin alanı  $S(n)$  olarak veriliyor.

$$\sum_{n=1}^a S(n) = \frac{5}{11}$$

olduğuna göre  $a$  kaçtır?

- A) 10    B) 16    C) 20    D) 30    E) 40

1.



$$\int_{-3}^{-2} f^{-1}(x) dx = \int_0^9 f(x) dx$$

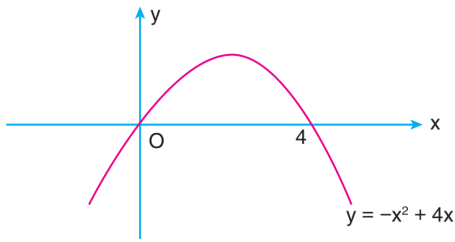
$$-A = -B + C$$

$$0 = A - B + C$$

$$\begin{aligned} \int_{-4}^9 [f(x) + f^{-1}(x)] dx &= \int_{-4}^9 f(x) dx + \int_{-4}^9 f^{-1}(x) dx \\ &= -(12 - A + B) + C + f(x) \Big|_{-4}^9 \\ &= -12 + \underbrace{A - B + C}_0 + \underbrace{f(9)}_4 - \underbrace{f(-4)}_{-3} \\ &= -12 + 0 + 4 + 3 \\ &= -5 \end{aligned}$$

Cevap: A

2.



(0, 4) aralığında integral alınırken x ekseninin üstünde olacağından integral değeri pozitif çıkar.

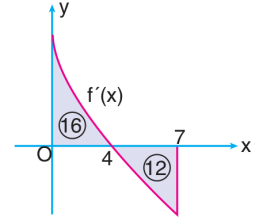
En büyük değerini bu aralıktadır.

a = 0 ve b = 4 alınır

$$\begin{aligned} \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx &= \left( -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 \\ &= \frac{-64}{3} + 32 \\ &= \frac{32}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap: B

3.



$$\int_0^4 f'(x) dx = 16$$

$$f(x) \Big|_0^4 = 16$$

$$f(4) - \underbrace{f(0)}_2 = 16$$

$$f(4) - 2 = 16$$

$$f(4) = 18$$

$$f(4) + f(7) = 18 + 6$$

$$= 24$$

$$\int_4^7 f'(x) dx = -12$$

$$f(x) \Big|_4^7 = -12$$

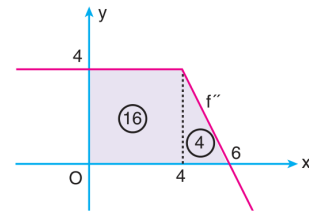
$$f(7) - \underbrace{f(4)}_{18} = -12$$

$$f(7) - 18 = -12$$

$$f(7) = 6$$

Cevap: E

4.



$$\text{Alan} = \int_0^6 f''(x) dx \Rightarrow 16 + 4 = f'(x) \Big|_0^6$$

$$20 = f'(6) - \underbrace{f'(0)}_6 \Rightarrow 26 = f'(6)$$

Cevap: D



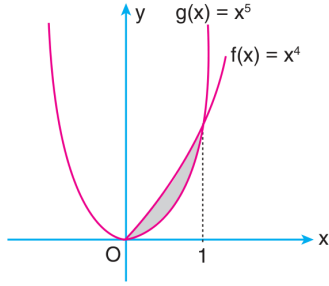
5.  $\sum_{a=4}^{\infty} A(a) = A(4) + A(5) + A(6) + \dots$

$A(4)$  bulunur.

$a = 4$  için  $f(x) = x^4$  ve  $g(x) = x^5$  olur.

$f(x)$  ile  $g(x)$  arasında kalan bölgenin alanı  $A(4)$  ü verir.

$x^4 = x^5$  iken  $x = 0$  ve  $x = 1$  olur.



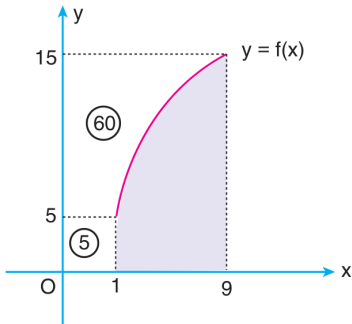
$$A(4) = \int_0^1 (x^4 - x^5) dx = \left( \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \text{ bulunur.}$$

$$A(5) = \int_0^1 (x^5 - x^6) dx = \left( \frac{x^6}{6} - \frac{x^7}{7} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \text{ olur.}$$

$$A(4) + A(5) + A(6) + \dots = \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) + \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \right) + \dots = \frac{1}{5} \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

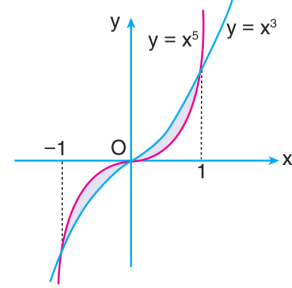
6.



$$\int_1^9 f(x) dx = \text{Boyalı alan} = 9 \cdot 15 - 5 - 60 = 70$$

Cevap: D

7.  $S_n$ ,  $x^{2n+1}$  ile  $x^{2n+3}$  arasında kalan bölgenin alanı  
 $S_1$ ,  $x^3$  ile  $x^5$  arasında kalan bölgenin alanı



$$S_1 = 2 \cdot \int_0^1 (x^3 - x^5) dx = 2 \left( \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^1 = 2 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$$

Benzer biçimde

$$S_2 = 2 \cdot \int_0^1 (x^5 - x^7) dx = 2 \left( \frac{x^6}{6} - \frac{x^8}{8} \right) \Big|_0^1 = 2 \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right)$$

$$S_3 = 2 \cdot \int_0^1 (x^7 - x^9) dx = 2 \left( \frac{x^8}{8} - \frac{x^{10}}{10} \right) \Big|_0^1 = 2 \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right)$$

$\vdots$

$$S_a = 2 \cdot \int_0^1 (x^{2a+1} - x^{2a+3}) dx$$

$$= 2 \left( \frac{x^{2a+2}}{2a+2} - \frac{x^{2a+4}}{2a+4} \right) \Big|_0^1 = 2 \left( \frac{1}{2a+2} - \frac{1}{2a+4} \right)$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_a = \frac{5}{11}$$

$$2 \cdot \left[ \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{2a+2} - \frac{1}{2a+4} \right] = \frac{5}{11}$$

$$2 \cdot \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2a+4} \right) = \frac{5}{11}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{a+2} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{11} = \frac{1}{a+2}$$

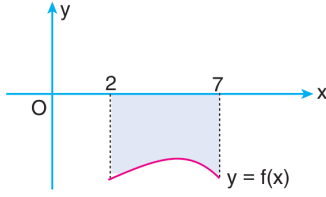
$$\frac{1}{22} = \frac{1}{a+2}$$

$$a = 20$$

Cevap: C



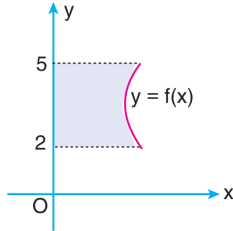
1.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $-\int_2^7 f(x) dx$       B)  $\int_2^7 f(x) dx$   
 C)  $\int_2^7 f^{-1}(x) dx$       D)  $-\int_2^7 f^{-1}(x) dx$   
 E)  $\int_2^7 [f(x) - f^{-1}(x)] dx$

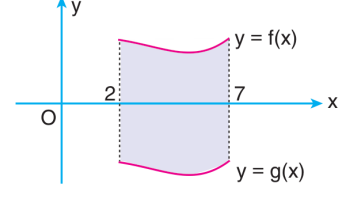
2.



Şekilde  $y = f(x)$  eğrisi ile  $y$  eksenini arasındaki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_2^5 f(x) dx$       B)  $-\int_2^5 f(x) dx$   
 C)  $\int_2^5 f^{-1}(x) dx$       D)  $-\int_2^5 f^{-1}(x) dx$   
 E)  $\int_2^5 f^2(x) dx$

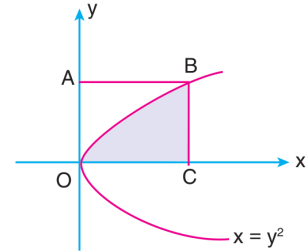
3.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_2^7 [g(x) - f(x)] dx$   
 B)  $\int_2^7 [f(x) - g(x)] dx$   
 C)  $\int_2^7 [f(x) + g(x)] dx$   
 D)  $\int_2^7 [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$   
 E)  $\int_2^7 [f(x) - f^{-1}(x)] dx$

4.



Şekildeki OCBA dikdörtgeninin alanı 30 birimkare olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 10      B) 12      C) 15      D) 20      E) 24



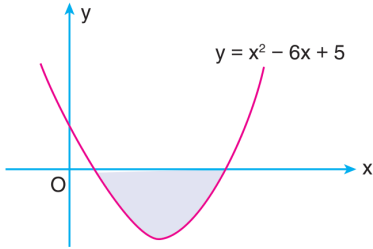
5.  $y = x^2$  eğrisi,  $x = 3$  doğrusu ve  $x$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 4      B) 6      C) 8      D) 9      E) 12

6.  $y = x^3$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu ve  $x$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D) 2      E) 4

7.



Şekilde gösterilen boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A)  $\frac{9}{2}$       B)  $\frac{28}{3}$       C)  $\frac{32}{3}$       D)  $\frac{73}{6}$       E)  $\frac{89}{6}$

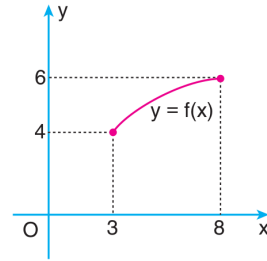
8.  $y = 2x^2$  eğrisi,  $x = 4$  doğrusu,  $x = 2$  doğrusu ve  $x$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 16      B)  $\frac{56}{3}$       C)  $\frac{80}{3}$       D)  $\frac{112}{3}$       E)  $\frac{128}{3}$

9.  $y = x^2 - 36$  parabolü ile  $x$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 72      B) 108      C) 144      D) 216      E) 288

10. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  eğrisinin grafiği verilmiştir.



Buna göre

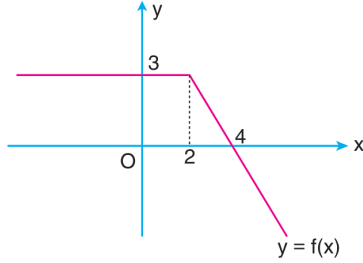
$$\int_3^8 f(x) dx + \int_4^6 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 12      B) 18      C) 24      D) 28      E) 36



1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

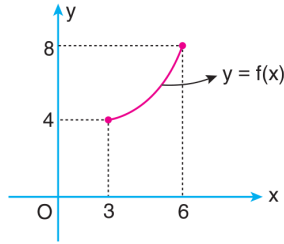


$y = f(x)$  fonksiyonu  $(-\infty, 2]$  aralığında sabit,  $[2, \infty)$  aralığında doğrusaldır.

Buna göre  $\int_{-5}^8 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

2. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $[3, 6]$  aralığında tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

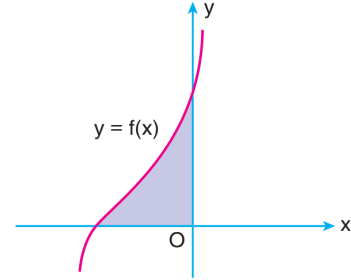


$$\int_3^6 x \cdot f'(x) dx = 20$$

olduğuna göre  $\int_4^8 f^{-1}(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 15 D) 12 E) 9

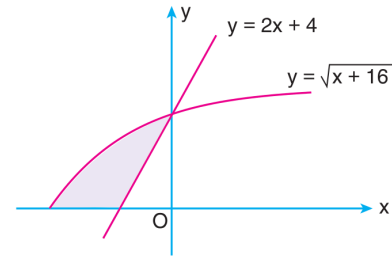
3. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x) = (x+1) \cdot (x^2 + 2x + 2)^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre  $y = f(x)$  eğrisi ve koordinat eksenleri arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1 B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{5}{6}$  E)  $\frac{7}{6}$

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = \sqrt{x+16}$  eğrisi,  $y = 2x + 4$  doğrusu ve  $x$  eksenindeki sınırlı bölge verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{112}{3}$  B)  $\frac{113}{3}$  C) 38  
D)  $\frac{116}{3}$  E) 39



5.  $y = x^3 - 9x$  eğrisi ile  $x$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 18      B)  $\frac{81}{4}$       C)  $\frac{81}{2}$       D) 72      E) 81

7.  $x = y^2$  eğrisi,  $x + y = 6$  doğrusu ve  $y$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A)  $\frac{15}{2}$       B) 10      C)  $\frac{32}{3}$       D) 12      E)  $\frac{85}{6}$

6.  $f: [1, 2] \rightarrow [3, 33]$  olmak üzere  
 $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$

fonksiyonu veriliyor.

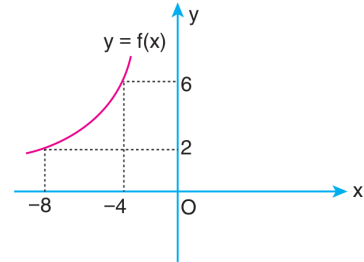
Buna göre

$$\int_3^{33} f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 45      B) 48      C) 51      D) 55      E) 60

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  eğrisinin grafiği verilmiştir.



Buna göre

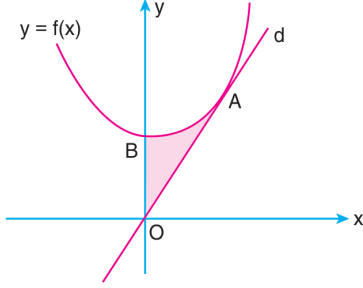
$$\int_{-8}^{-4} f(x) dx + \int_2^6 f^{-1}(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -24      B) -16      C) -8      D) 8      E) 16



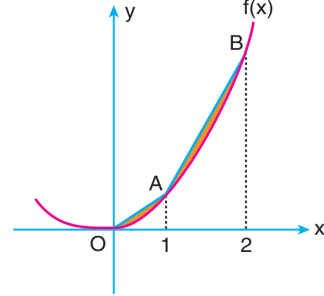
1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x) = x^2 + 9$  parabolü ile  $d$  doğrusu  $A$  noktasında teğettir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 8    B) 9    C) 15    D) 18    E) 27

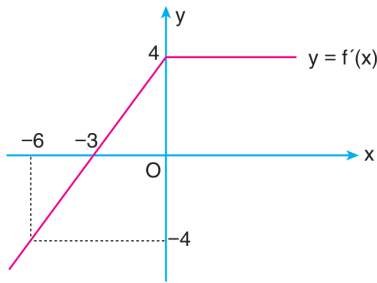
3. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  fonksiyonu üzerinde  $O(0,0)$ ,  $A(1, f(1))$  ve  $B(2, f(2))$  noktaları alınıyor.



[OA] ve [AB] doğru parçaları ile  $y = f(x)$  arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{1}{9}$     C)  $\frac{1}{8}$     D)  $\frac{1}{6}$     E)  $\frac{1}{4}$

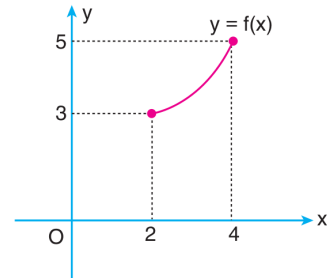
2. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(5) = 32$  olduğuna göre  $f(-6)$  kaçtır?

- A) 4    B) 5    C) 7    D) 9    E) 12

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $[2, 4]$  aralığında tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_2^4 x \cdot f'(x) dx = 10$$

olduğuna göre

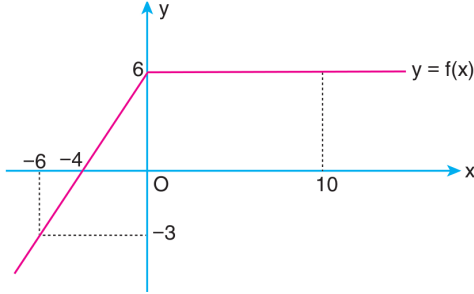
$$\int_3^5 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8    B) 9    C) 10    D) 11    E) 12



5. Aşağıda dik koordinat düzleminde şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonu  $(-\infty, 0]$  aralığında doğrusal,  $[0, \infty)$  aralığında sabittir.



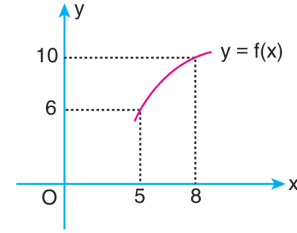
Buna göre

$$\int_{-6}^{10} f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 48      B) 54      C) 60      D) 66      E) 69

7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x) = y$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_5^8 f(x) dx + \int_6^{10} f^{-1}(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 60      B) 50      C) 44      D) 36      E) 30

6.  $a < b$  olmak üzere

$$f : (-\infty, 8] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^3 - 8x^2 - 4x + 32$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\int_a^b f(x) dx$$

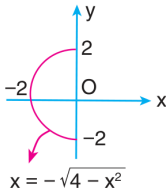
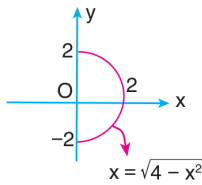
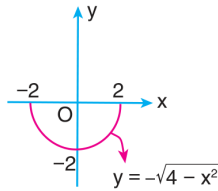
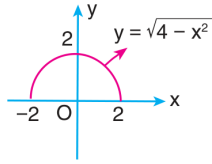
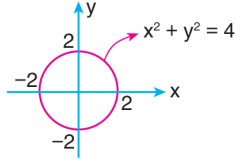
integralinin alabileceği en büyük değer için  $b - a$  farkı kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

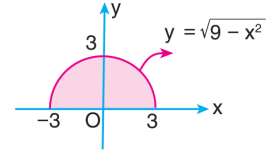
8.  $y = \frac{x^2}{4}$  eğrisi ile  $x = -2y^2$  eğrisi arasındaki sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$       D) 1      E)  $\frac{3}{2}$

Çember Denklemi ile İntegralde Alan Hesabı

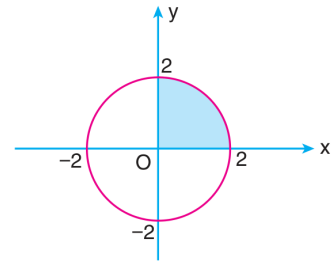


Yukarıda yarıçapı 2 birim olan çember ve yarım çember denklemleri verilmiştir.



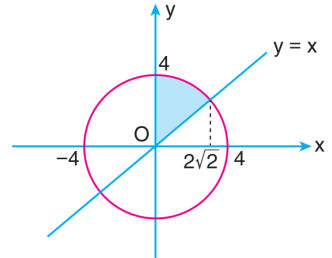
Yukarıdaki boyalı bölgenin alanı

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx \text{ şeklinde ifade edilebilir.}$$



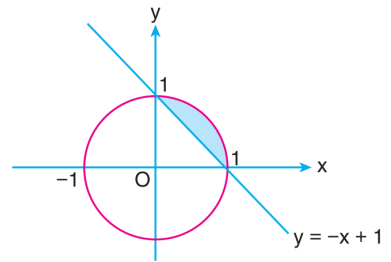
Yukarıdaki boyalı bölgenin alanı

$$\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx \text{ şeklinde ifade edilebilir.}$$



Yukarıdaki boyalı bölgenin alanı

$$\int_0^{2\sqrt{2}} (\sqrt{16 - x^2} - x) dx \text{ şeklinde ifade edilebilir.}$$



Yukarıdaki boyalı bölgenin alanı

$$\int_0^1 [\sqrt{1 - x^2} - (-x + 1)] dx \text{ şeklinde ifade edilebilir.}$$



Örnek:

$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi$  B)  $2\pi$  C)  $3\pi$  D)  $4\pi$  E)  $6\pi$

Örnek:

$$\int_0^{3\sqrt{2}} (\sqrt{36-x^2} - x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{9\pi}{2}$  B)  $5\pi$  C)  $\frac{11\pi}{2}$  D)  $6\pi$  E)  $8\pi$

Çözüm:

$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$$

$y = \sqrt{16-x^2}$  eğrisinin grafiği çizilir.

Her iki tarafın karesi alındığında

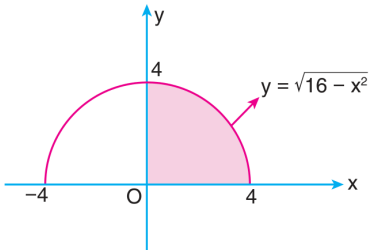
$$y^2 = 16 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 16$$

çember denklemi elde edilir.

Bu durumda  $y = \sqrt{16-x^2}$  yarım çember eğrisi

$x^2 + y^2 = 16$  çemberinin x ekseninin üst kısmında kalan kısmını belirtir.



$y = \sqrt{16-x^2}$  eğrisinin  $x \in [0, 4]$  aralığındaki kısmı yarıçapı

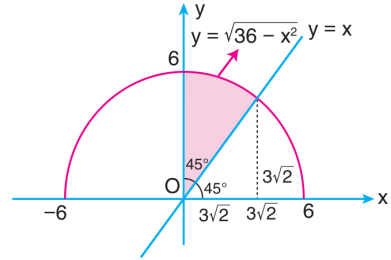
4 birim olan çeyrek dairenin alanı kadardır.

$$\frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 4\pi \text{ bulunur.}$$

Cevap: D

Çözüm:

I. Yol



$$\sqrt{36-x^2} = x$$

$$(\sqrt{36-x^2})^2 = (x)^2$$

$$36 - x^2 = x^2$$

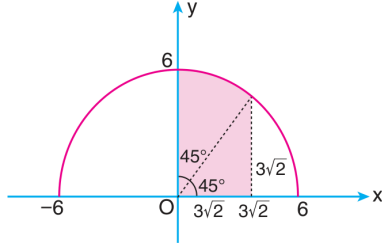
$$x^2 = 18$$

$$x = \pm 3\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Boyaltı bölgenin alanı} &= \frac{45^\circ}{360^\circ} \pi 6^2 \\ &= \frac{9\pi}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

II. Yol

$$\begin{aligned} & \int_0^{3\sqrt{2}} (\sqrt{36-x^2} - x) dx \\ &= \int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{36-x^2} dx - \int_0^{3\sqrt{2}} x dx \end{aligned}$$



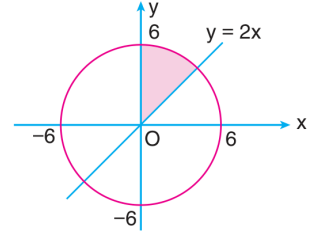
$$\begin{aligned} \int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{36-x^2} dx &= \frac{45^\circ}{360^\circ} \pi 6^2 + \frac{3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\pi}{2} + 9 \end{aligned}$$

$$\int_0^{3\sqrt{2}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{3\sqrt{2}} = \frac{18}{2} - 0 = 9$$

$$\begin{aligned} \int_0^{3\sqrt{2}} (\sqrt{36-x^2} - x) dx &= \frac{9\pi}{2} + 9 - 9 \\ &= \frac{9\pi}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap: A

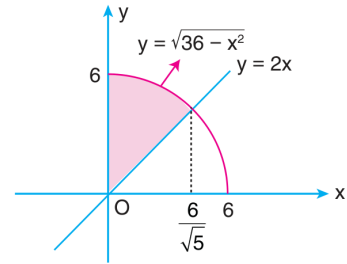
Örnek:



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^{\frac{6}{\sqrt{5}}} (\sqrt{36-x^2} - 2x) dx$
- B)  $\int_0^6 (\sqrt{36-x^2} - 2x) dx$
- C)  $\int_0^3 (\sqrt{36-x^2} - 2x) dx$
- D)  $\int_0^6 (2x - \sqrt{36-x^2}) dx$
- E)  $\int_0^{\frac{3}{\sqrt{5}}} (\sqrt{36-x^2} - 2x) dx$

Çözüm:



$$\begin{aligned} (\sqrt{36-x^2})^2 &= (2x)^2, \quad 36 - x^2 = 4x^2 \\ x &= \frac{6}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\text{Boyalı alan} = \int_0^{\frac{6}{\sqrt{5}}} (\sqrt{36-x^2} - 2x) dx$$

Cevap: A

**Örnek:**

$$\int_2^8 \sqrt{-x^2 + 10x - 16} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{7\pi}{2}$     B)  $4\pi$     C)  $\frac{9\pi}{2}$     D)  $5\pi$     E)  $\frac{11\pi}{2}$

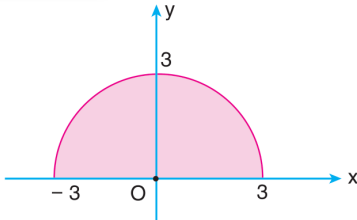
**Çözüm:**

$$\int_2^8 \sqrt{-x^2 + 10x - 16} dx$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 10x - 16 &= -(x^2 - 10x + 16) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 9) \\ &= -((x-5)^2 - 9) \\ &= 9 - (x-5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_2^8 \sqrt{-x^2 + 10x - 16} dx &= \int_2^8 \sqrt{9 - (x-5)^2} dx \\ &= \int_2^8 \sqrt{9 - (x-5)^2} dx \\ &= \int_{-3}^3 \sqrt{9 - u^2} du \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 5 &= u \\ dx &= du \\ x = 2 \text{ için } u &= -3 \\ x = 8 \text{ için } u &= 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \frac{\pi 3^2}{2} \\ &= \frac{9\pi}{2} \text{ br}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

$$\int_0^2 x \cdot \sqrt{16 - x^4} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

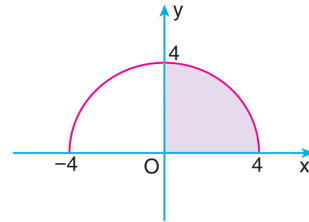
- A)  $\pi$     B)  $2\pi$     C)  $3\pi$     D)  $4\pi$     E)  $8\pi$

**Çözüm:**

$$\int_0^2 \sqrt{16 - x^4} \cdot x dx$$

$$\begin{aligned} x^2 &= u \\ 2x dx &= du \\ x \cdot dx &= \frac{du}{2} \\ x = 0 \text{ iken } u &= 0^2 = 0 \\ x = 2 \text{ iken } u &= 2^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^2 \sqrt{16 - x^4} \cdot x dx &= \int_0^4 \sqrt{16 - u^2} \cdot \frac{du}{2} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^4 \sqrt{16 - u^2} du \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \int_0^4 \sqrt{16 - u^2} du &= \frac{\pi 4^2}{4} = 4\pi \\ \frac{1}{2} \int_0^4 \sqrt{16 - u^2} du &= \frac{1}{2} \cdot 4\pi = 2\pi \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**1.**

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A)  $3\pi$       B)  $\frac{7\pi}{2}$       C)  $4\pi$       D)  $\frac{9\pi}{2}$       E)  $6\pi$

**3.**

$$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + 5) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $10 + \pi$   
D)  $10 + 2\pi$       E)  $20 + \pi$

**2.**

$$\int_0^4 \sqrt{64-x^2} dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A)  $\frac{16\pi}{3} + 8\sqrt{3}$       B)  $\frac{16\pi}{3} + 4\sqrt{3}$   
C)  $\frac{8}{3} + 8\sqrt{3}$       D)  $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$   
E)  $\frac{9\pi}{2} + 16\sqrt{3}$

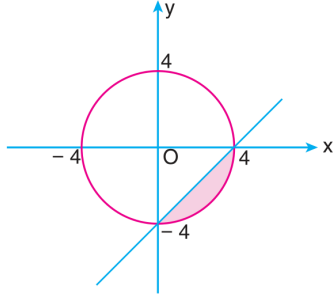
**4.**

$$\int_0^3 (\sqrt{9-x^2} - 3 + x) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A)  $3\pi$       B)  $\frac{9\pi}{2}$       C)  $\frac{9\pi-18}{4}$   
D)  $\frac{9\pi-3}{2}$       E)  $\frac{6\pi+5}{2}$

5.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^4 (x - 4 - \sqrt{16 - x^2}) dx$   
 B)  $\int_0^4 (x + 4 - \sqrt{16 - x^2}) dx$   
 C)  $\int_0^4 (x - 4 + \sqrt{16 - x^2}) dx$   
 D)  $\int_0^4 (x - \sqrt{16 - x^2}) dx$   
 E)  $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$

6. Yarıçapı 8 birim olan bir kürenin merkezine x birim uzaklıktaki kesitinden oluşan dairenin yarıçapı r olarak veriliyor.

$$f : x \rightarrow f(x) = r$$

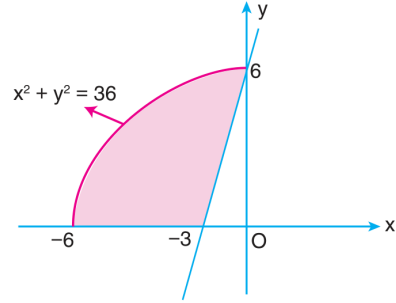
biçiminde f fonksiyonu tanımlandığına göre

$$\int_0^4 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $4\sqrt{3} + 2\pi$  B)  $4\sqrt{3} + 4\pi$   
 C)  $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$  D)  $\frac{16\pi}{3} + 4\sqrt{3}$   
 E)  $\frac{16\pi}{3} + 8\sqrt{3}$

7.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı

- I.  $\int_{-6}^0 \sqrt{36 - x^2} dx - \int_{-3}^0 (2x + 6) dx$   
 II.  $\int_0^6 \left( \frac{x-6}{2} - \sqrt{36 - x^2} \right) dx$   
 III.  $\int_0^6 \left( \frac{x-6}{2} + \sqrt{36 - x^2} \right) dx$

belirli integrallerinden hangileri ile ifade edilebilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I ve III E) II ve III

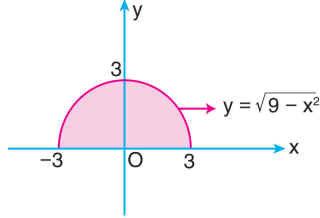
8.

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{8\pi}{3}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\pi$  E)  $2\pi$

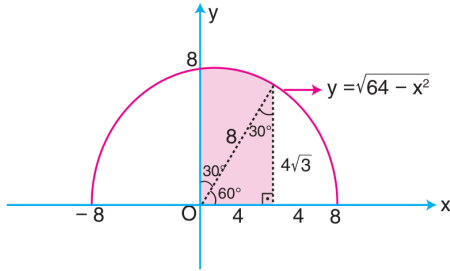
1.  $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} dx$



Yarım dairenin alanı =  $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2}$  birimkare

**Cevap: D**

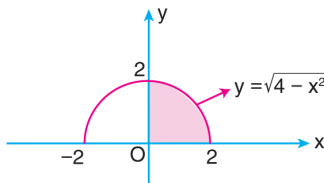
2.  $\int_0^4 \sqrt{64-x^2} dx$



Boyalı alan =  $\frac{30^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 8^2 + \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2}$   
 $= \frac{16\pi}{3} + 8\sqrt{3} \text{ br}^2$

**Cevap: A**

3.  $\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + 5) dx$



$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + 5) dx = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx + \int_0^2 5 dx$

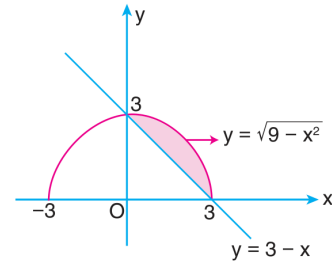
$\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\pi 2^2}{4} = \pi$  ve

$\int_0^2 5 dx = 5x \Big|_0^2 = 10$  olduğundan

$\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} + 5) dx = \pi + 10$  olur.

**Cevap: C**

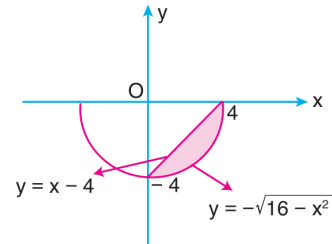
4.  $\int_0^3 [\sqrt{9-x^2} - 3 + x] dx = \int_0^3 [\sqrt{9-x^2} - (3-x)] dx$



Boyalı alan =  $\frac{\pi 3^2}{4} - \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9\pi}{4} - \frac{9}{2} = \frac{9\pi-18}{4} \text{ br}^2$  olur.

**Cevap: C**

5.



$\frac{x}{4} + \frac{y}{-4} = 1$

$x - y = 4$

$y = x - 4$

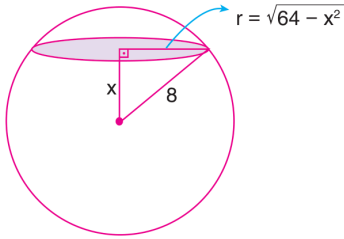
Boyalı alan bulunurken  $y = x - 4$  doğrusu

$y = -\sqrt{16-x^2}$  eğrisinin üstünde olduğundan

Boyalı alan =  $\int_0^4 [(x-4) - (-\sqrt{16-x^2})] dx$   
 $= \int_0^4 [x-4 + \sqrt{16-x^2}] dx$  bulunur.

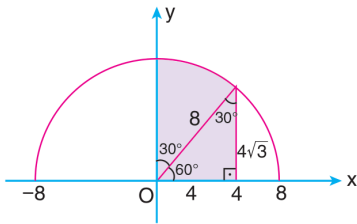
**Cevap: C**

6.



$$f(x) = r = \sqrt{64 - x^2}$$

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^4 \sqrt{64 - x^2} dx$$

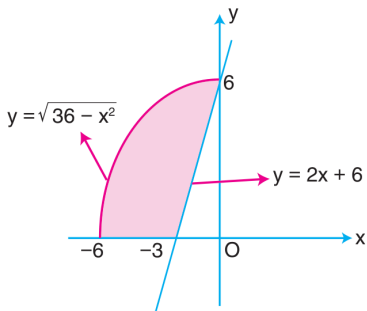


$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \frac{30^\circ}{360^\circ} \pi 8^2 + \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{16\pi}{3} + 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

Cevap: E

endemik

7. I. Yol



$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} = 1$$

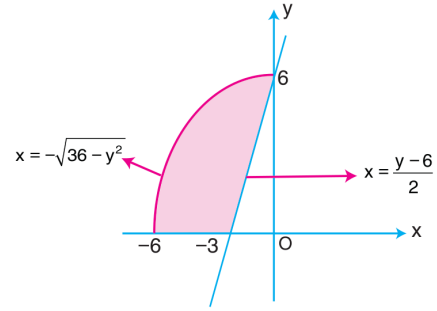
$$-2x + y = 6 \Rightarrow y = 2x + 6$$

Sınırlar x ekseninden seçildiğinde

$$\text{Boyalı alan} = \int_{-6}^0 \sqrt{36 - x^2} dx - \int_{-3}^0 (2x + 6) dx$$

şeklinde ifade edilebilir.

II. Yol



Sınırlar y ekseninden seçildiğinde  $x = \frac{y-6}{2}$  doğrusu  $x = -\sqrt{36 - y^2}$  eğrisinin sağında olduğundan

$$\begin{aligned} \text{Boyalı alan} &= \int_0^6 \left[ \frac{y-6}{2} - (-\sqrt{36 - y^2}) \right] dy \\ &= \int_0^6 \left( \frac{y-6}{2} + \sqrt{36 - y^2} \right) dy \end{aligned}$$

şeklinde veya y yerlerine x yazılırsa

$$= \int_0^6 \left( \frac{x-6}{2} + \sqrt{36 - x^2} \right) dx$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu durumda I ve III olur.

Cevap: D

8.

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$$

$$\sqrt{x} = u$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du \Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 du$$

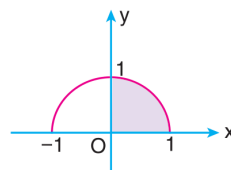
$$x = 0 \text{ için } u = \sqrt{0} = 0$$

$$x = 1 \text{ için } u = \sqrt{1} = 1$$

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = \int_0^1 \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}^2}}{\sqrt{x}} dx$$

$$= 2 \int_0^1 \sqrt{1-u^2} du$$

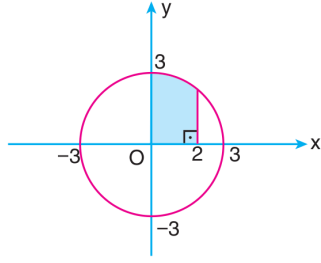
$$= 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{2}$$



Cevap: C



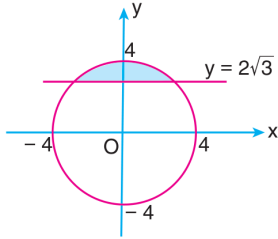
1.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 9} dx$  B)  $\int_0^2 \sqrt{9 - x^2} dx$   
C)  $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$  D)  $\int_0^2 \sqrt{1 - x^2} dx$   
E)  $\int_2^3 \sqrt{9 - x^2} dx$

2.



Boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_{-4}^4 (\sqrt{16 - x^2} - 2\sqrt{3}) dx$   
B)  $\int_3^4 \sqrt{16 - x^2} dx$   
C)  $\int_{-1}^1 (\sqrt{16 - x^2} - 2\sqrt{3}) dx$   
D)  $\int_2^4 \sqrt{16 - x^2} dx$   
E)  $\int_{-2}^2 (\sqrt{16 - x^2} - 2\sqrt{3}) dx$

3.  $\int_0^{2/\sqrt{2}} (\sqrt{16 - x^2} - x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi$  B)  $2\pi$  C)  $3\pi$  D)  $4\pi$  E)  $6\pi$

4.  $\int_0^4 (\sqrt{16 - x^2} + x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $2\pi + 8$  B)  $2\pi + 16$  C)  $4\pi - 4$   
D)  $4\pi + 8$  E)  $4\pi + 16$

5.  $\int_0^4 (\sqrt{16 - x^2} + x - 4) dx$

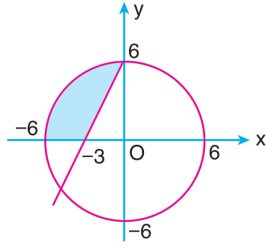
integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi - 8$  B)  $2\pi - 8$  C)  $4\pi - 8$   
D)  $2\pi - 4$  E)  $4\pi - 4$





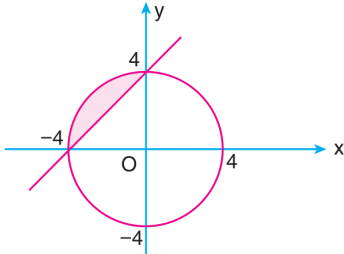
6.



Şekilde gösterilen boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_{-6}^{-3} \left[ \sqrt{36-x^2} - \left( \frac{x-4}{2} \right) \right] dx$   
B)  $\int_0^6 \left[ \frac{y-6}{2} - \sqrt{36-y^2} \right] dy$   
C)  $\int_0^6 \left[ \left( \frac{y-6}{2} \right) + \sqrt{36-y^2} \right] dy$   
D)  $\int_{-6}^0 \left[ \sqrt{36-x^2} - (2x+6) \right] dx$   
E)  $\int_0^6 \left[ (2y+6) - \sqrt{36-y^2} \right] dy$

7.



Şekilde gösterilen boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^4 \left[ y-4 - \sqrt{16-y^2} \right] dy$   
B)  $\int_{-4}^0 \left[ \sqrt{16-x^2} - x+4 \right] dx$   
C)  $\int_{-4}^0 \left[ -\sqrt{16-x^2} + x-4 \right] dx$   
D)  $\int_0^4 \left[ y-4 + \sqrt{16-y^2} \right] dy$   
E)  $\int_{-4}^0 \left[ \sqrt{x^2-16} - x-4 \right] dx$

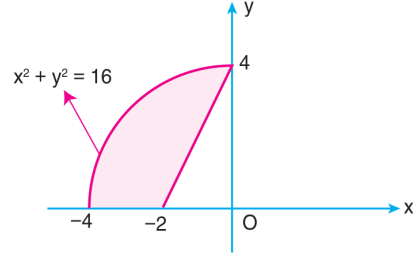
8.

$$\int_4^6 \sqrt{-x^2+8x-12} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{8}$  B)  $\frac{\pi}{4}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\pi$  E)  $2\pi$

9.



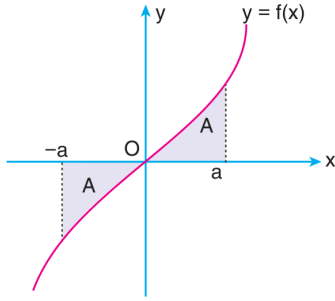
Şekilde gösterilen boyalı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_0^4 \left[ \frac{x-4}{2} + \sqrt{16-x^2} \right] dx$   
B)  $\int_0^4 \left[ \frac{x-4}{2} - \sqrt{16-x^2} \right] dx$   
C)  $\int_0^4 \left[ \sqrt{16-x^2} - \frac{x-4}{2} \right] dx$   
D)  $\int_0^2 \left[ \sqrt{16-x^2} - \frac{x-4}{2} \right] dx$   
E)  $\int_0^2 \left[ 2x+4 - \sqrt{16-x^2} \right] dx$

### Tek ve Çift Fonksiyonlar

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
  - $f(-x) = f(x)$  ise  $f$  çift fonksiyondur.
- Çift fonksiyonların grafikleri  $y$  eksenine göre simetriktr.
- $f(-x) = -f(x)$  ise  $f$  tek fonksiyondur.
- Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktr.

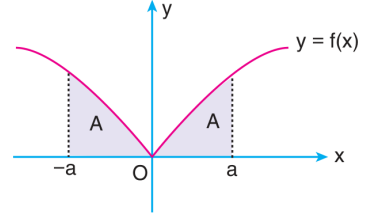
### Tek Fonksiyonların İntegrali



$f(x)$  tek fonksiyon ise

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a f(x) dx &= \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx \\ &= -A + A \\ &= 0 \end{aligned}$$

### Çift Fonksiyonların İntegrali



$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^a f(x) dx = A$$

$f(x)$  çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx = 2A$$

### Riemann Toplamı

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  sürekli bir fonksiyon olmak üzere  $f$  fonksiyonunun bu aralıktaki belirli integrali

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{(b-a)}{n}\right) \text{ dir.}$$

Özel olarak  $a = 0$  ve  $b = 1$  alındığında

$$\int_0^1 f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$$

biçiminde hesaplanır.

**Örnek:**

$$\int_{-5}^5 x^3 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -5      B) -1      C) 0      D) 1      E) 5

**Çözüm:**

I. Yol

$$\begin{aligned}\int_{-5}^5 x^3 dx &= \left. \frac{x^4}{4} \right|_{-5}^5 \\&= \frac{(5)^4}{4} - \frac{(-5)^4}{4} \\&= \frac{625}{4} - \frac{625}{4} \\&= 0\end{aligned}$$

II. Yol

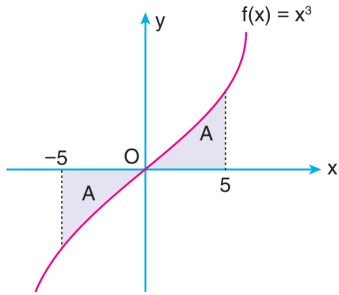
$f(-x) = -f(x)$  ise  $f(x)$  tek fonksiyon olur.

$f(x) = x^3$  fonksiyonunda

$f(-x) = (-x)^3 = -x^3$  yani

$f(-x) = -f(x)$  olduğundan

$f(x) = x^3$  tek fonksiyondur.



Tek fonksiyonlar orijine göre simetrik olduğundan

$$\begin{aligned}\int_{-5}^5 x^3 dx &= \int_{-5}^0 x^3 dx + \int_0^5 x^3 dx \\&= -A + A \\&= 0\end{aligned}$$

**Örnek:**

$$\int_{-2}^2 x^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 3      C)  $\frac{8}{3}$       D) 4      E)  $\frac{16}{3}$

**Çözüm:**

I. Yol

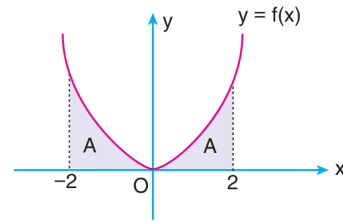
$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 x^2 dx &= \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-2}^2 \\&= \frac{8}{3} - \left( \frac{-8}{3} \right) \\&= \frac{16}{3}\end{aligned}$$

II. Yol

$f(x) = x^2$  verildiğinden

$f(-x) = (-x)^2 = x^2$  olur.

$f(-x) = f(x)$  olduğundan  $f(x)$  çift fonksiyondur.



Çift fonksiyonlar y eksenine göre simetrik olduğundan

$$\begin{aligned}\int_{-2}^2 x^2 dx &= 2 \int_0^2 x^2 dx \\&= 2 \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 \\&= 2 \cdot \frac{8}{3} \\&= \frac{16}{3} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

**Cevap: C**

**Cevap: E**

Örnek:

$$\int_{-2}^2 \frac{x^9}{x^4+1} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 4      E) 9

Çözüm:

$$f(x) = \frac{x^9}{x^4+1} \text{ ise}$$

$$f(-x) = \frac{(-x)^9}{(-x)^4+1} = -\frac{x^9}{x^4+1} = -f(x)$$

$f(-x) = -f(x)$  olduğundan  $f(x)$  tek fonksiyondur. Bu durumda

$$\int_{-2}^2 \frac{x^9}{x^4+1} dx = 0 \text{ bulunur.}$$

Cevap: A

Çözüm:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx$$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^3 &= \int_0^1 x^3 dx \\ &= \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Cevap: A

Örnek:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{2}{n}\right)^2 + \left(\frac{3}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^2 \right]$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{1}{2}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{6}{5}$

Çözüm:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \int_0^1 f(x) dx \text{ olduğundan}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{2}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{n}{n}\right)^2 \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^2$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 x^2 dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{k}{n}\right) &= \left(\frac{k}{n}\right)^2 \\ f(x) &= x^2 \end{aligned}$$

Örnek:

$$S_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k^3}{n^3}$$

olduğuna göre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E) 1

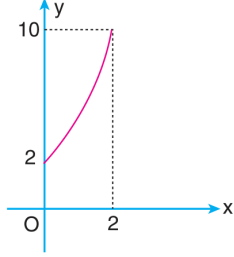
Cevap: A

**Örnek:**

$f : [0, 2] \rightarrow [2, 10]$  olmak üzere

$$f(x) = 2 + x^3$$

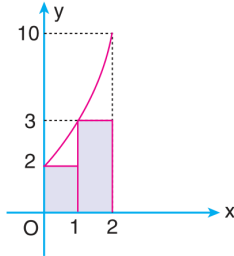
fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



$[0, 2]$  aralığı eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sol uç noktaları  $x_1$  ve  $x_2$  olarak işaretleniyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri  $f(x_1)$  ve  $f(x_2)$  birim olan iki dikdörtgen çiziliyor.

**Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı  $S_1$  ve  $f$  fonksiyonu ile  $x$  eksen arasında kalan bölgenin alanı  $S_2$  olduğuna göre  $S_2 - S_1$  farkı kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**Çözüm:**

Dikdörtgenlerin alanları toplamı  $= S_1 = 2 + 3 = 5$

$$S_2 = \int_0^2 (2 + x^3) dx = \left( 2x + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = 8$$

$$S_2 - S_1 = 8 - 5 = 3$$

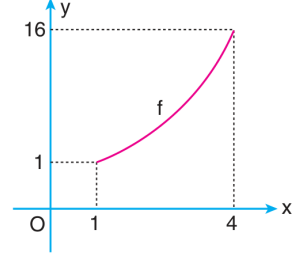
**Cevap: C**

**Örnek:**

$f : [1, 4] \rightarrow [1, 16]$  olmak üzere

$$f(x) = x^2$$

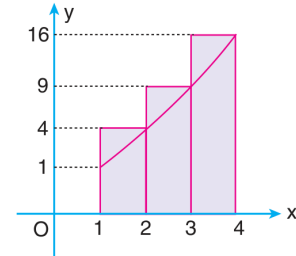
fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



$[1, 4]$  aralığı eşit uzunlukta üç alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sağ uç noktaları  $x_1$ ,  $x_2$  ve  $x_3$  olarak işaretleniyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$  ve  $f(x_3)$  birim olan üç dikdörtgen çiziliyor.

**Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı  $A_1$  ve  $f$  fonksiyonu ile  $x$  eksen arasında kalan bölgenin alanı  $A_2$  olduğuna göre  $A_1 - A_2$  farkı kaçtır?**

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

**Çözüm:**

Dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$A_1 = 1 + 4 + 9 = 14$$

$$A_2 = \int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 x^2 dx = \left( \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^4 = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = 21$$

$$A_1 - A_2 = 14 - 21 = -7$$

**Cevap: C**



1.  $\int_{-2}^2 (x^{15} + 2 \cdot x^{13} - x^5 + x^2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{8}{3}$       D)  $\frac{11}{3}$       E)  $\frac{16}{3}$

3.  $\int_{-4}^{-1} \frac{2x}{x^2+5} dx + \int_{-1}^2 \frac{2x}{x^2+5} dx + \int_2^4 \frac{2x}{x^2+5} dx$

toplamının değeri kaçtır?

- A) -8      B) -4      C) 0      D) 4      E) 16

2. a ve b tam sayıdır.

$$\int_{-5}^5 2x^a dx = 0 \quad \text{ve} \quad \int_{-2}^2 3x^b dx \neq 0$$

olduğuna göre,

- I. a + b tektir.  
II. a · b çifttir.  
III. a<sup>b</sup> tektir.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I      B) I ve II      C) I ve III  
D) II ve III      E) I, II ve III

4. f(x) tek fonksiyon olmak üzere

$$\int_{-2}^2 f^4(x) \cdot f'(x) dx = 6$$

olduğuna göre f(2) kaçtır?

- A)  $\sqrt[5]{2}$       B)  $\sqrt[5]{3}$       C)  $\sqrt[5]{5}$       D)  $\sqrt[5]{7}$       E)  $\sqrt[5]{15}$

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^8 + \left( \frac{2}{n} \right)^8 + \left( \frac{3}{n} \right)^8 + \dots + \left( \frac{n}{n} \right)^8 \right]$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{9}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{2}{3}$     C) 1    D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{4}{3}$

7.  $f : [1, 5] \rightarrow [4, 8]$  olmak üzere  $f(x) = x + 3$  doğrusunun eşit uzunluktaki dört alt aralığa göre Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 16    B) 18    C) 20    D) 22    E) 24

8.  $f : [2, 4] \rightarrow [4, 16]$  olmak üzere  $f(x) = x^2$

fonksiyonunun;

$[2, 4]$  aralığının eşit uzunluktaki iki alt aralığa göre Riemann alt toplamı  $A_1$ ,

$[2, 4]$  aralığının eşit uzunluktaki iki alt aralığına göre Riemann üst toplamı  $A_2$ ,

$[2, 4]$  aralığının eşit uzunluktaki  $n$  alt aralığına göre,  $n \rightarrow \infty$  Riemann alt toplamı  $A_3$

olduğuna göre  $A_1 + A_2 + A_3$  toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{100}{3}$     B) 40    C) 45    D)  $\frac{160}{3}$     E)  $\frac{170}{3}$



1.  $x^{15}$ ,  $x^{13}$  ve  $x^5$  fonksiyonları tek fonksiyon olduğundan

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^2 (x^{15} + 2x^{13} - x^5 + x^2) dx \\ &= \underbrace{\int_{-2}^2 (x^{15} + 2x^{13} - x^5) dx}_0 + \int_{-2}^2 x^2 dx \\ & \int_{-2}^2 x^2 dx = 2 \cdot \int_0^2 x^2 dx \\ &= 2 \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 \\ &= 2 \cdot \left( \frac{8}{3} - 0 \right) \\ &= \frac{16}{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Cevap: E

2.  $\int_{-5}^5 2x^a dx = 0$  olduğundan  $a$  tek.

$$\int_{-2}^2 3x^b dx \neq 0 \text{ olduğundan } b \text{ çifttir.}$$

$a$  tek ve  $b$  çift olduğundan  $a + b$  tek,  $a \cdot b$  çift olur.

$$a = 5 \text{ ve } b = -2 \text{ için } a^b = 5^{-2} = \frac{1}{25} \text{ olur.}$$

$\frac{1}{25}$  ne tek ne de çifttir.

I ve II her zaman doğrudur.

Cevap: B

$$3. \int_{-4}^{-1} \frac{2x dx}{x^2+5} + \int_{-1}^2 \frac{2x dx}{x^2+5} + \int_2^4 \frac{2x dx}{x^2+5} = \int_{-4}^4 \frac{2x dx}{x^2+5}$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+5} \text{ ve}$$

$$f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2+5} = -\frac{2x}{x^2+5} = -f(x)$$

olduğundan  $f(x)$  tek fonksiyondur.

Bu durumda

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 0 \text{ olur.}$$

Cevap: C

$$4. \int_{-2}^2 f^4(x) \cdot f'(x) dx = 6$$

$$f(x) = u \text{ olsun.}$$

$$f'(x) dx = du \text{ olur.}$$

$$\int f^4(x) \cdot f'(x) dx = \int u^4 du = \frac{u^5}{5} + c = \frac{f^5(x)}{5} + c$$

$$\int_{-2}^2 f^4(x) f'(x) dx = 6$$

$$\left. \frac{f^5(x)}{5} \right|_{-2}^2 = 6$$

$$\frac{f^5(2)}{5} - \frac{f^5(-2)}{5} = 6$$

$$f^5(2) - f^5(-2) = 30$$

$f(x)$  tek fonksiyon olduğundan  $f(-2) = -f(2)$  olacaktır.

$$f^5(2) - (-f^5(2)) = 30$$

$$2f^5(2) = 30$$

$$f^5(2) = 15$$

$$f(2) = \sqrt[5]{15}$$

Cevap: E



$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^8 + \left( \frac{2}{n} \right)^8 + \dots + \left( \frac{n}{n} \right)^8 \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left( \frac{k}{n} \right)^8$$

$$f\left(\frac{k}{n}\right) = \left(\frac{k}{n}\right)^8$$

$$f(x) = x^8$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 x^8 dx \\ &= \frac{x^9}{9} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

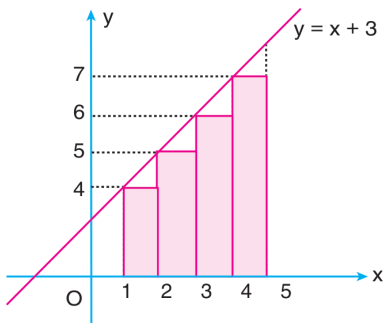
Cevap: A

$$\begin{aligned} 6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \left( \sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{2}{x}} + \dots + \sqrt{\frac{x}{x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \sum_{k=1}^x \sqrt{\frac{k}{x}} \\ &= \int_0^1 \sqrt{x} dx \\ &= \frac{2}{3} x^{3/2} \Big|_0^1 \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{k}{x}\right) &= \sqrt{\frac{k}{x}} \\ f(x) &= \sqrt{x} \end{aligned}$$

Cevap: B

7.



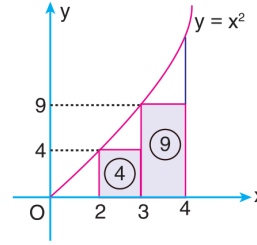
[1, 5] aralığı eşit uzunluğa sahip [1, 2], [2, 3], [3, 4] ve [4, 5] biçiminde dört alt aralığa bölünür. Bu alt aralıkları taban kabul eden dikdörtgenler oluşturulur.

Oluşan dört tane dikdörtgenin alanları toplamı

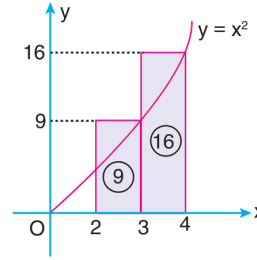
$4 + 5 + 6 + 7 = 22$  birimkaredir.

Cevap: D

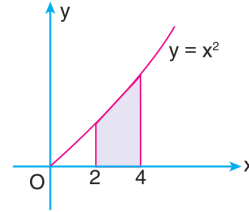
8.



$$A_1 = 4 + 9 = 13$$



$$A_2 = 9 + 16 = 25$$



$$\begin{aligned} A_3 &= \int_2^4 x^2 dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_2^4 \\ &= \frac{64}{3} - \frac{8}{3} \\ &= \frac{56}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + A_3 &= 13 + 25 + \frac{56}{3} \\ &= \frac{170}{3} \end{aligned}$$

Cevap: E



1. Her  $x$  gerçel sayısı için

$$f(x) + f(-x) = 0$$

$$g(x) - g(-x) = 0$$

olduğuna göre

I.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$

II.  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 0$

III.  $\int_{-3}^{-4} f(x) dx = \int_3^4 f(x) dx$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I      B) I ve II      C) I ve III  
D) II ve III      E) I, II ve III

2.

$$\int_{-5}^5 \left( \frac{x^3 + x^7}{x^2 + 2} + 2 \right) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0      B) 10      C) 20      D) 30      E) 40

3.  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$f(x)$  her  $x \in A$  için  $f(-x) = -f(x)$  eşitliğini sağlıyor.

Buna göre

$$\int_{-a}^a f'(x) dx + \int_{-a}^a f''(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\int_0^a f''(x) dx$

B)  $2 \int_0^a f'(x) dx$

C)  $2 \int_0^a f''(x) dx$

D)  $\int_0^a [f'(x) + f''(x)] dx$

E) 0

4.  $f(x)$  çift fonksiyon olmak üzere

$$\int_{-3}^3 (f'(x) + ax^2) dx = 36$$

olduğuna göre  $a$  kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6



5. Her  $a$  gerçek sayısı için

$$\int_{-3}^3 (f'(x) + ax) dx = 60$$

eşitliğini sağlayan  $f$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A)  $x^2 + x$       B)  $x^3 + x^2$       C)  $x^4 + x^2$   
D)  $x + 5$       E)  $x^3 + x$

6.  $f: [0, 3] \rightarrow [0, 27]$  olmak üzere  $f(x) = x^3$  eğrisinin eşit uzunluktaki üç alt aralığa göre Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 24      B) 30      C) 32      D) 36      E) 40

7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + x^4}{x^5}$

limitinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

8.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1^5 + 2^5 + 3^5 + \dots + x^5}{x^6}$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{1}{6}$       D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{1}{2}$

9. Belirli integral konusunu işleyen Berna Öğretmen  $f(x) = x^3$  fonksiyonunun grafiğini oluşturup  $x \in [0, 5]$  aralığında eğri altında kalan alanı, eş dikdörtgenlere bölerek Riemann toplamı ile hesaplamıştır.

Bir öğrenci, ne kadar çok dikdörtgene bölünürse bölünsün eğri altında kalan alanın gerçek değerinin elde edilemeyeceğini ifade etmiştir.

Öğrencinin bu durumla ilgili yaşadığı zorluk aşağıdaki kavramlardan hangisinde ön bilgisinin yetersiz olmasından kaynaklanmış olabilir?

- A) Grafik okuma      B) Süreklilik  
C) Limit      D) Türev  
E) İntegral

### İntegralin Fiziksel Yorumu

Türev konusunda yol denkleminin türevinin hız denklemini, hız denkleminin türevinin ise ivme denklemini verdiğini biliyorsunuz.

Bir hareketlinin  $t$  sürede aldığı yol  $S(t)$  fonksiyonu ile gösterilirse

$$\text{Hız} = V(t) = \frac{dS}{dt}, \text{dir.}$$

Her iki tarafın integrali alınır

$$\int (\text{Hız denklemini}) = \text{Yol denklemini}$$

$$\int V(t) dt = S(t) + c \text{ olur.}$$

$$\text{İvme} = a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2}, \text{dir.}$$

Her iki tarafın integrali alınır

$$\int (\text{İvme denklemini}) = \text{Hız denklemini}$$

$$\int a(t) dt = V(t) + c \text{ olur.}$$

$t = 0$  anında  $S(0)$  ve  $V(0)$  değerleri bilinirse integral işleminin sonucunda  $c$  sabiti de elde edilmiş olur.

### Örnek:

Doğrusal hareket eden bir cismin  $t$  anındaki hızını ifade eden  $V(t)$  fonksiyonu

$$V(t) = (3t^2 + 4t) \text{ m/sn. biçiminde tanımlanmıştır.}$$

**Buna göre cismin ilk 4 sn. deki toplam yer değiştirmesi kaç metredir?**

- A) 96      B) 99      C) 102      D) 105      E) 108

### Çözüm:

Cismin hız fonksiyonunun  $[0, 4]$  zaman aralığındaki belirli integrali istenilen yer değiştirmeyi verir.

$$\int_0^4 (3t^2 + 4t) dt = \left( t^3 + 2t^2 \right) \Big|_0^4 = 96 \text{ m olur.}$$

**Cevap: A**

### Örnek:

Bir top  $10 \text{ m/sn.}$  ilk hızla belli bir yükseklikten düşey olarak aşağı fırlatılıyor. Topa etki eden yer çekiminin ivmesi  $-15 \text{ m/sn.}^2$  dir.

Top atıldıktan sonra  $5 \text{ sn.}$  sonra yere çarpmıştır.

**Buna göre topun yere çarpma anındaki hızı kaç m/sn. dir?**

- A) -65      B) -70      C) -75      D) -80      E) -85

### Çözüm:

$$\begin{aligned} V(t) &= \int a(t) dt \\ &= \int (-15) dt \\ &= -15t + c \end{aligned}$$

Top aşağı doğru fırlatıldığı için topun

$t = 0$  anındaki hızı  $-10 \text{ m/sn.}$  dir.

$$V(0) = -15 \cdot 0 + c = -10 \Rightarrow c = -10 \text{ olur.}$$

$$V(t) = -15t - 10 \text{ bulunur.}$$

Topun atıldıktan  $5 \text{ sn.}$  sonraki hızı

$$V(5) = -15 \cdot 5 - 10$$

$$= -85 \text{ m/sn. dir.}$$

Hızın negatif çıkması topun aşağı yönde hareket ettiğini belirtir.

**Cevap: E**

**Örnek:**

Bir cismin zamana bağlı hız fonksiyonu

$$V(t) = (2t + 30) \text{ m/sn. dir.}$$

**Bu cismin  $t \in [0, 20]$ nda aldığı yol kaç metredir?**

- A) 800                      B) 900                      C) 1000  
D) 1100                      E) 1200

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \text{Yol} &= \int_0^{20} (2t + 30) dt \\ &= (t^2 + 30t) \Big|_0^{20} \\ &= (400 + 600) - (0 + 0) \\ &= 1000 \text{ m olur.} \end{aligned}$$

**Cevap: C**

**Örnek:**

Bir cismin zamana bağlı hız fonksiyonu  $V(t) = 2t^2 + 15 \text{ m/sn. dir.}$

**Bu cismin  $t \in [0, 3]$ nda aldığı yol kaç metredir?**

**başladığı andan itibaren 5 saniye sonra aldığı yol kaç metredir?**

- A) 60                      B) 63                      C) 66                      D) 69                      E) 72

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} \text{Yol} &= \int_0^3 (2t^2 + 15) dt \\ &= \left( \frac{2}{3}t^3 + 15t \right) \Big|_0^3 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 27 + 15 \cdot 3 \\ &= 18 + 45 \\ &= 63 \text{ m olur.} \end{aligned}$$

**Cevap: B**

**Örnek:**

İvme fonksiyonu  $a(t) = (t^2 - 3t) \text{ m/sn.}^2$  olan hareketlinin  $t_0 = 0$  anındaki hızı  $V_0 = 8 \text{ m/sn. dir.}$

**Bu hareketlinin  $t_0 = 0 \text{ sn. anından } t_1 = 6 \text{ sn. anına kadar aldığı toplam yol kaç metredir?$**

- A) 30                      B) 36                      C) 42                      D) 48                      E) 54

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} V(t) &= \int a(t) dt \\ &= \int (t^2 - 3t) dt \\ &= \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + c \end{aligned}$$

$t_0 = 0$  için  $V_0 = 8 \text{ m/sn. olduğundan}$

$$8 = 0 - 0 + c \Rightarrow c = 8 \text{ olur.}$$

$$V(t) = \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 8 \text{ ise}$$

$$\begin{aligned} \text{Yol} &= \int_0^6 \left( \frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 8 \right) dt \\ &= \left( \frac{t^4}{12} - \frac{t^3}{2} + 8t \right) \Big|_0^6 \\ &= \frac{6^4}{12} - \frac{6^3}{2} + 8 \cdot 6 \\ &= 108 - 108 + 48 \\ &= 48 \text{ m olur.} \end{aligned}$$

**Cevap: D**



1. Doğrusal hareket eden bir cismin  $t$  anındaki hızını ifade eden  $V(t)$  fonksiyonu  $V(t) = (2t^2 - t)$  m/sn. biçiminde tanımlanmıştır.

**Buna göre cismin 6. sn. deki toplam yer değiştirmesi kaç metredir?**

- A) 120    B) 126    C) 132    D) 138    E) 144

2. İvme fonksiyonu

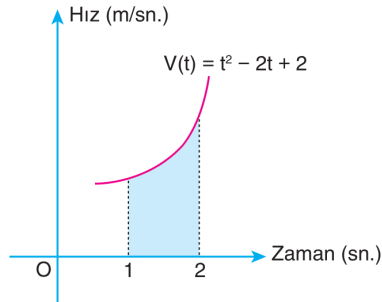
$$a(t) = \left(\frac{t^2}{3} + 2t - 5\right) \text{ m/sn.}^2$$

olan bir hareketlinin ilk hızı  $V_0 = 12$  m/sn. dir.

**Buna göre bu hareketlinin  $t = 3$  anındaki hızı kaç m/sn. dir?**

- A) 9    B) 10    C) 11    D) 12    E) 13

3. Aşağıda bir hareketlinin hız-zaman grafiği verilmiştir.



**Buna göre bu hareketlinin 1 ve 2. sn. ler arasındaki toplam yer değiştirmesi kaç metredir?**

- A) 1    B)  $\frac{4}{3}$     C)  $\frac{5}{3}$     D) 2    E)  $\frac{7}{3}$

- 4.



Şekildeki A noktasından başlayan ipin uzunluğu 15 m'dir. A noktasından yakılan ipin ateşinin ip üzerinde ilerleme hızı  $t$  saniye cinsinden süreyi göstermek üzere

$$V(t) = \frac{\sqrt{t} + 1}{\sqrt{t}}$$

biçiminde tanımlanmıştır.

**Buna göre ip A noktasından yanmaya başladıktan 5 sn. sonra ateşi farkedene Fevzi'nin ipin tamamen yanmasını önlemek için ateşi en fazla kaç saniyede söndürmesi gerekir?**

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

5.  $t$ , saniye cinsinden süreyi göstermek üzere bir hareketlinin ivme fonksiyonu  $a(t) = (3t^2 - 2t + 2)$  m/sn.<sup>2</sup> dir.

**Bu hareketlinin ilk hızı 5 m/sn. olduğuna göre  $t = 4$  anındaki hızı kaç m/sn. dir?**

- A) 53    B) 55    C) 57    D) 59    E) 61

6.  $t$ , saniye cinsinden süreyi göstermek üzere bir hareketlinin hız fonksiyonu  $V(t) = (2t^2 + 1)$  m/sn.<sup>2</sup> olan bir hareketlinin ilk 3 saniyedeki toplam yer değiştirmesi kaç metredir?

- A) 18    B) 21    C) 24    D) 27    E) 30



7.  $t$ , dakika cinsinden süreyi göstermek üzere bir uçan gözün hız fonksiyonu  $V(t) = (3t^2 - 5)$  m/sn. dir.

**Bu uçan gözün 2 ve 5. dk. lar arasındaki toplam yer değiştirmesi kaç metredir?**

- A) 98      B) 99      C) 100      D) 101      E) 102

8. İvme fonksiyonu  $a(t) = (2t^2 + 2t)$  m/dk.<sup>2</sup> olan bir teleferiğin ilk hızı 5 m/dk. dir.

**Buna göre bu teleferiğin hız fonksiyonu  $V(t)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 5$       B)  $\frac{2}{3}t^3 + t^2 + 10$   
C)  $\frac{2}{3}t^3 + t^2 + 5$       D)  $\frac{1}{3}t^3 + t^2 + 5$   
E)  $\frac{2}{3}t^3 + t^2$

9. İvme fonksiyonu  $a(t) = (3t^2 + 2t)$  m/dk.<sup>2</sup> olan bir hareketlinin ilk hızı 8 m/dk. dir.

**Buna göre bu hareketlinin  $t = 5$  anındaki hızı kaç m/dk. dir?**

- A) 156      B) 157      C) 158      D) 159      E) 160

10. İvme fonksiyonu  $a(t) = (t^2 - t + 2)$  m/sn.<sup>2</sup> olan bir hareketlinin  $t = 0$  anındaki hızı 5 m/sn. dir.

**Buna göre bu hareketlinin ilk 6 sn. de aldığı toplam yol kaç metredir?**

- A) 138      B) 140      C) 142      D) 144      E) 146

11. Bir top 5 m/sn. ilk hızla belli bir yükseklikten düşey olarak aşağı fırlatılıyor. Topa etki eden yer çekiminin ivmesi  $-10$  m/sn.<sup>2</sup> dir. Top aşağı fırlatıldıktan 10 sn. sonra yere çarpmıştır.

**Buna göre topun yere çarpma anındaki hızı kaç m/sn. dir?**

- A) -85      B) -90      C) -95      D) -100      E) -105

12. İvme fonksiyonu  $a(t) = (3t^2 + 1)$  m/sn.<sup>2</sup> olan bir hareketlinin  $t_0 = 0$  anındaki hızı  $V_0 = 4$  m/sn. dir.

**Buna göre bu hareketlinin  $t_0 = 0$  sn. anından  $t_1 = 2$  sn. anına kadar aldığı yol kaç metredir?**

- A) 10      B) 12      C) 14      D) 16      E) 18



1.  $x \cdot \int f(x) dx = 2 \cdot x^4 + x^2$   
olduğuna göre  $f'(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $6x^2 + 6$  B)  $12x$  C)  $6x^2$   
D)  $16x$  E)  $16x^2$

2.  $f$  bir fonksiyon ve

$$f''(x) = 12x^2 + 6x$$

$$f'(1) = 9$$

$$f(1) = 1$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

A) 22 B) 23 C) 25 D) 26 E) 27

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  olmak üzere

$$f'''(x) = 0, \quad f''(3) = 6,$$

$$f'(1) = 10, \quad f(0) = 2,$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 16 D) 18 E) 22

4.  $\int x^3 dx$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

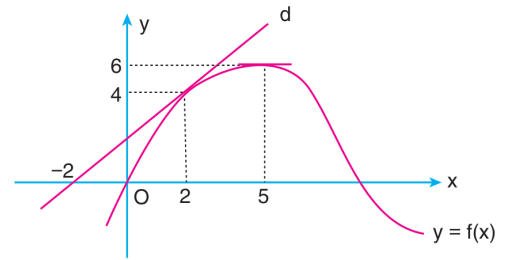
A)  $3x^2 + c$  B)  $3x + c$  C)  $6x + c$   
D)  $\frac{4x^4}{3} + c$  E)  $\frac{x^4}{4} + c$

5.  $\int (15x^2 - 4x + 6) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $5x^3 - 2x^2 + 6x + c$  B)  $5x^4 - 2x^3 + 6x^2 + c$   
C)  $5x^2 - 2x + c$  D)  $3x^3 - 4x^2 + 6x + c$   
E)  $5x^3 - 2x^2 + 6x + 1$

6. Dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonu ile  $d$  doğrusunun grafiği verilmiştir.



(5, 6) noktası  $y = f(x)$  eğrisinin yerel maksimum noktasıdır.  $d$  doğrusu ile  $y = f(x)$  eğrisi (2, 4) noktasında teğettir.

Buna göre

$$\int_2^5 [f'(x) + f''(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) -1 B) 1 C) 2 D) 4 E) 7





7. 2018 yılında nüfusu 450 000 olan bir ilin bu yıldan itibaren nüfusunun ortalama artış hızı  $v(t) = (600 + 300t)$  (kişi/yıl) fonksiyonu ile belirtilmektedir.

**Buna göre bu ilin 2024 yılının başında nüfusu kaç bin olur?**

- A) 483                      B) 471                      C) 465  
D) 459                      E) 445

8.  $f''(x) = 6x$   
 $f'(2) = f(2) = 12$

**olduğuna göre  $f(1)$  kaçtır?**

- A) 1                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 9

9.  $\int x \cdot f'(x) dx = 2x^3 + x^2 + 8$

**eşitliğinde  $f(1) = 4$  olduğuna göre  $f(x)$  eğrisinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?**

- A) -1                      B) 1                      C) 3                      D) 6                      E) 9

10. Bir hareketlinin herhangi bir  $t$  anındaki hızı  $v(t) = (2t + 8)m/sn.$  dir.

**Bu hareketlinin harekete başladığı andan itibaren 5 saniye sonra aldığı yol 100 metre olduğuna göre bu hareketlinin harekete başladığı andan itibaren 10 saniyede aldığı yol kaç metredir?**

- A) 125                      B) 150                      C) 160  
D) 200                      E) 215

11.  $\int x \cdot f''(x) dx$

**integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $x \cdot f(x) + c$                       B)  $x \cdot f'(x) + c$   
C)  $x \cdot f'(x) - f(x) + c$                       D)  $x \cdot f'(x) + f(x) + c$   
E)  $f'(x) - f(x) + c$

12.  $\int f(x) dx = x^3 - x^2 + 4x + 1$

**olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = 1$  noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

- A) 4                      B) 3                      C) 2                      D) 1                      E) 0



1. Bir matematik dersinde Mert Öğretmen, tahtaya

$$\int u dv = u \cdot v - \int v du$$

kuralını yazdıktan sonra Yiğit bir sorunun çözümünde u ve v'nin yerlerine sırasıyla f(x) ve g(x) fonksiyonlarını seçip bu kuralı uygulayarak

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = \frac{f(x)}{x} - \int \frac{1}{2x\sqrt{x}} dx$$

eşitliğini elde ediyor.

**f(4) = 4 olduğuna göre f(9) kaçtır?**

- A) 10      B) 9      C) 7      D) 5      E) 3

2. P(x) üçüncü dereceden başkatsayısı -4 olan bir polinomdur.

$$\int P(x) dx = ax^4 + 4x^2 + c$$

**olduğuna göre P(2) kaçtır?**

- A) 18      B) 12      C) 4      D) -16      E) -8

3.  $\int (x^3 + x^2) dx$

**integralinde  $x = u^3$  dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

- A)  $2 \int (u^{10} + u^7) du$       B)  $3 \int (u^{11} + u^8) du$   
C)  $\int (u^{11} + u^8) du$       D)  $\int \frac{u^{11} + u^8}{3} du$   
E)  $3 \int (u^8 + u^5) du$

4.  $\int (x^2 + 5x + 1)^3 \cdot (2x + 5) dx$

**integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

- A)  $(x^2 + 5x + 1)^3 + c$       B)  $\frac{(x^2 + 5x)^2}{2} + c$   
C)  $\frac{(x^2 + 5x + 1)^4}{4} + c$       D)  $\frac{(x^2 + 5x + 1)^3}{3} + c$   
E)  $\frac{(x^2 + 5x + 1)^5}{5} + c$

5. f fonksiyonunun grafiği x eksenini (2, 0) ve (4, 0) noktalarında, y eksenini (0, 24) noktasında kesmektedir.

$$f(x) = \int (mx + n) dx$$

**olduğuna göre m + n toplamı kaçtır?**

- A) -12      B) -6      C) 4      D) 6      E) 8

6.  $\int_1^5 f(x) dx = 8$

$$\int_1^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = 34$$

**olduğuna göre**

$$\int_1^5 g(x) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 16      B) 12      C) 10      D) 8      E) 6



7.  $\int_1^3 (x + 2k) dk = 12$

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 8      E) 10

8.  $\int_1^a (2x + 4) dx = 0$

olduğuna göre a sayısı aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) -5      B) -1      C) 2      D) 4      E) 9

9.  $\int_1^3 f(x) dx = 12$

$\int_7^3 f(x) dx = 8$

olduğuna göre

$\int_1^7 f(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 8      C) 12      D) 16      E) 20

10.  $\int_1^6 \frac{x}{\sqrt{3x-2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3      B) 6      C) 9      D) 12      E) 18

11.  $\int_1^2 (x^3 - x^2)^2 \cdot (3x^2 - 2x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 12      D)  $\frac{72}{5}$       E)  $\frac{64}{3}$

12.  $f(x)$  dördüncü dereceden bir polinom fonksiyondur. Her x gerçel sayısı için

$f(-x) = f(x)$

eşitliği sağlanmaktadır.

$f(0) = 2$

$f(1) = 10$

$f(2) = 94$

olduğuna göre

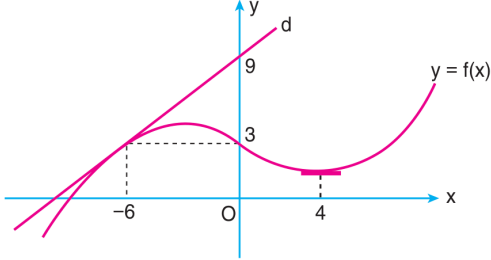
$\int_0^1 f(x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 15



1. Aşağıdaki şekilde  $f(x) = y$  fonksiyonu d doğrusuna  $(-6, 3)$  noktasında teğettir.



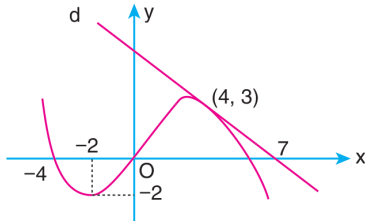
Buna göre

$$\int_{-6}^4 f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8      B) 4      C) 2      D) 1      E)  $-\frac{1}{2}$

2. Aşağıda dik koordinat düzleminde grafiği verilen  $y = f(x)$  fonksiyonunda  $(-2, -2)$  noktası yerel ekstremum noktasıdır.



d doğrusu  $(4, 3)$  noktasında  $f(x)$  fonksiyonuna teğet olduğuna göre

$$\int_{-2}^4 x \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 7      B) 5      C) -3      D) -7      E) -9

3.

$$\int_{-4}^4 \frac{x^3 + x}{x^2 + 2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -8      B) -4      C) 0      D) 8      E) 16

4.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 2 \\ 5, & x \leq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\int_0^4 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32      B) 22      C) 18      D) 12      E) 10

5.

$$\int_0^2 |x^2 - 1| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5



6.  $\int_{-2}^{10} \frac{|x|}{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

7.  $a \leq b$  olmak üzere

$$\int_a^b (-x^2 + 5x - 6) dx$$

değerinin en büyük olması durumunda  $b - a$  farkı kaç olur?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

8.  $f(x) = x^3 + x$

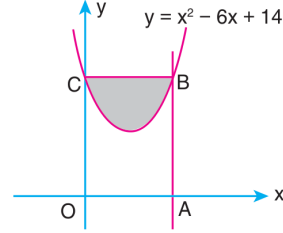
olduğuna göre

$$\int_0^{10} f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 18

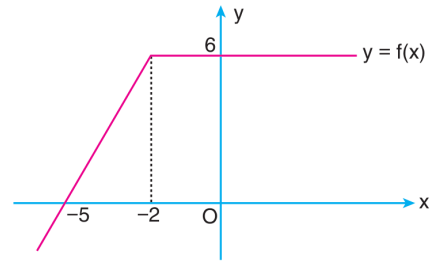
9. Aşağıdaki şekilde  $y = x^2 - 6x + 14$  parabolü ve OABC dikdörtgeni verilmiştir.



Buna göre boyalı alan kaç birimkaredir?

- A) 36 B) 42 C) 48 D) 54 E) 57

10. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonu  $(-\infty, -2]$  aralığında doğrusal,  $[-2, \infty)$  aralığında sabittir.



Buna göre

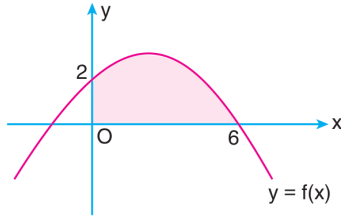
$$\int_{-7}^{10} f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 56 B) 65 C) 72 D) 77 E) 85



1. Şekildeki boyalı bölgenin alanı 20 birimkaredir.



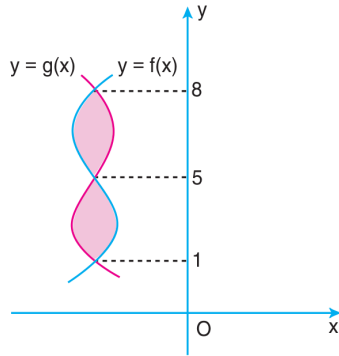
Buna göre

$$\int_0^6 x \cdot f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -20    B) -8    C) 10    D) 20    E) 40

- 2.



Şekilde gösterilen boyalı alan aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_1^5 [f(x) - g(x)] dx + \int_5^8 [g(x) - f(x)] dx$   
 B)  $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx + \int_5^8 [f(x) - g(x)] dx$   
 C)  $\int_1^5 [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx + \int_5^8 [g^{-1}(x) - f^{-1}(x)] dx$   
 D)  $\int_1^5 [g^{-1}(x) - f^{-1}(x)] dx + \int_5^8 [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$   
 E)  $\int_1^8 [f^{-1}(x) - g^{-1}(x)] dx$

3.  $f(x) = 9 - x^2$  eğrisi ile  $x$  eksenini arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18    B) 24    C) 36    D) 48    E) 54

4.  $\frac{y}{8} = x^2$  eğrisi ile  $x = \frac{y^2}{8}$  eğrisi arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9    B) 6    C) 3    D) 1    E)  $\frac{1}{3}$

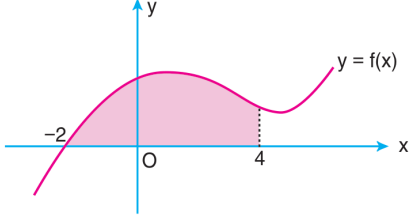
5.  $x = y^2$  eğrisi ile  $x + y = 12$  doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{343}{6}$     B)  $\frac{100}{3}$     C)  $\frac{49}{2}$   
 D)  $\frac{25}{2}$     E)  $\frac{14}{3}$





6. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

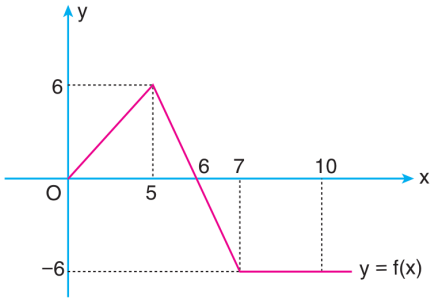


$$\int_0^3 f(2x-2) dx = 12$$

olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 6      B) 12      C) 18      D) 24      E) 36

7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x) = y$  fonksiyonu,  $[0, 5]$  aralığında ve  $[5, 7]$  aralığında doğrusal,  $[7, 10]$  aralığında sabittir.



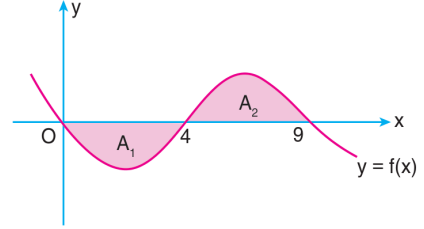
Buna göre

$$\int_0^{10} f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4      B) -3      C) 3      D) 6      E) 15

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$A_1 = 20$  birimkare,  $A_2 = 12$  birimkare

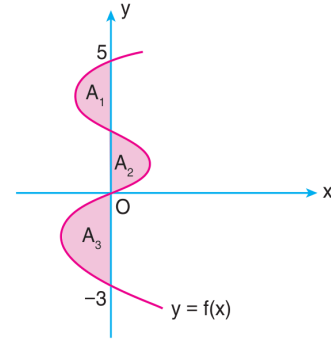
olduğuna göre

$$\int_0^9 |f(x)| dx - \int_0^9 f(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12      B) 18      C) 24      D) 32      E) 40

9. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Yukarıdaki şekilde  $A_1 = 20$  birimkare,  $A_2 = 10$  birimkare ve  $A_3 = 15$  birimkare olduğuna göre

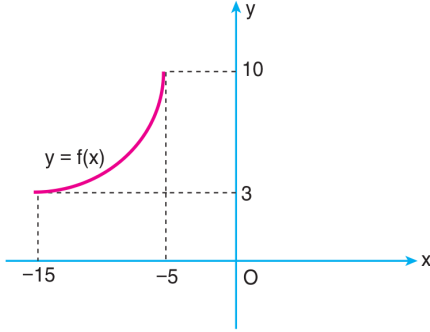
$$\int_{-3}^5 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -25      B) -10      C) 10      D) 20      E) 45



1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_{-15}^{-5} f(x) dx + \int_3^{10} f^{-1}(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -65 B) -5 C) 5 D) 65 E) 125

2.  $f(x) = x^3 + 2x$  olmak üzere

$$\int_0^3 f^{-1}(x) dx$$

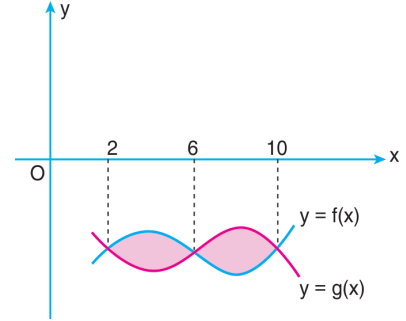
integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B)  $\frac{7}{4}$  C) 2 D)  $\frac{9}{4}$  E)  $\frac{5}{2}$

3.  $y = x^3 - 8$  eğrisi ile eksenler arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Şekilde gösterilen boyalı bölgelerin alanları toplamı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A)  $\int_2^6 [f(x) - g(x)] dx + \int_6^{10} [g(x) - f(x)] dx$   
 B)  $\int_2^6 [g(x) - f(x)] dx + \int_6^{10} [f(x) - g(x)] dx$   
 C)  $\int_2^{10} [f(x) - g(x)] dx$   
 D)  $\int_6^{10} [g(x) - f(x)] dx$   
 E)  $\int_6^{10} [f(x) - g(x)] dx$

5.  $y = \sqrt{x}$  eğrisi  $x = 4$  doğrusu ve  $x$  eksen arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) 3 C)  $\frac{9}{2}$  D) 5 E)  $\frac{16}{3}$

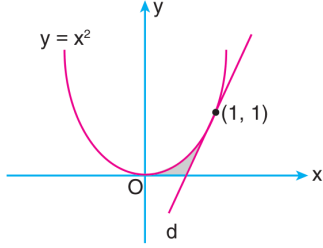
6.  $y = x^3$  eğrisi ile  $y = 4x$  doğrusu arasında kalan sınırlı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12





7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = x^2$  parabolü ile d doğrusu  $(1, 1)$  noktasında teğettir.



Buna göre parabol, teğet doğrusu ve x ekseninde bulunan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{24}$  B)  $\frac{1}{18}$  C)  $\frac{1}{12}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{3}$

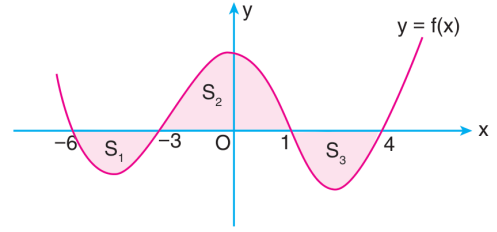
8.  $y = 8 - x^2$  ile  $y = x^2$  parabolleri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{16}{3}$  B)  $\frac{32}{3}$  C) 16 D)  $\frac{64}{3}$  E) 24

9.  $y = x^2$  ve  $y = \sqrt{x}$  eğrileri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1 B)  $\frac{2}{3}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{1}{4}$  E)  $\frac{1}{6}$

10. Aşağıdaki grafikte  $S_1 = 4$  birimkare ve  $S_2 = 3S_3$  tür.



$$\int_{-6}^4 |f(x)| dx = 12$$

olduğuna göre

$$\int_{-6}^4 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

11.  $y = x^2 - x$  eğrisi ile x ekseninde kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{8}$  B)  $\frac{1}{6}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E) 1

12.  $y = x^2 + 1$  eğrisi ile  $|x| = 1$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{8}{3}$  B) 2 C)  $\frac{3}{2}$  D)  $\frac{4}{3}$  E) 1



1.  $y = 2x^3$  eğrisi ile  $x = 1$ ,  $x = 2$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A)  $\frac{15}{2}$  B) 6 C) 5 D)  $\frac{9}{2}$  E)  $\frac{7}{2}$

2.  $y = x^3$  eğrisi,  $y = a$  doğrusu ve  $y$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı 12 birimkare olduğuna göre  $a$ 'nın pozitif değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

3.  $y = x^3$  eğrisi,  $|x| = 2$  doğruları ve  $x$  eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 0 B) 4 C) 8 D) 10 E) 16

4.  $y = x^2 + 4$   
 $y = x^2$

eğrileri ve  $x = 1$ ,  $x = 2$  doğruları arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

5.  $y = x^3$  eğrisi ve  $y = x$  doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

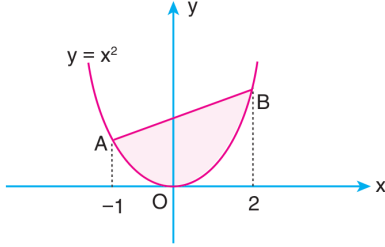
A)  $\frac{1}{16}$  B)  $\frac{1}{8}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{3}{4}$  E) 1

6.  $y = x^3$  ve  $y = x^2$  eğrileri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 2 B) 1 C)  $\frac{7}{12}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{12}$



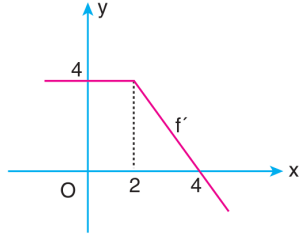
7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = x^2$  parabolü ile AB doğru parçası gösterilmiştir.



Buna göre şekildeki boyalı alan kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{5}{2}$  B) 3 C)  $\frac{7}{2}$  D)  $\frac{9}{2}$  E) 5

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre

- I.  $f(0) = f(1)$   
II.  $f(4) < f(2)$   
III.  $f(2) - f(0) = 8$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) II ve III

9.  $y = x^2$   
 $y = x^2 - 4x + 4$

eğrileri ve x eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{4}{3}$  B) 1 C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{6}$

10.  $y = 2x^2 + 2x + 1$  parabolü ile  $y = -3x - 1$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1 B)  $\frac{9}{8}$  C)  $\frac{7}{4}$  D) 2 E)  $\frac{9}{2}$

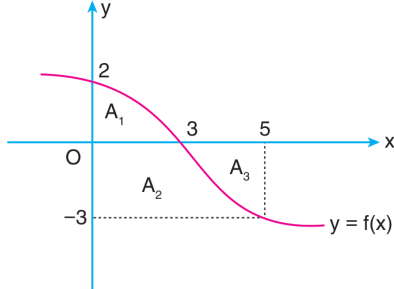
11. m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere dik koordinat düzleminde  $y = mx^2 + n$  eğrisi ile  $x = 0$ ,  $x = 3$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölge (3, 0) ve (0, n) noktalarından geçen bir doğru ile alanları oranı 2 olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre m + n toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 6 B) 10 C) 14 D) 18 E) 25



1. Şekilde  $A_1$ ,  $A_2$  ve  $A_3$  bulundukları bölgenin alanlarını göstermektedir.



$$A_1 = A_3$$

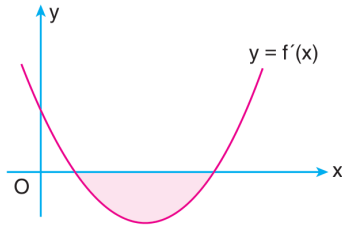
olduğuna göre

$$\int_{-3}^2 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8      B) 12      C) 15      D) 18      E) 20

2. Şekilde  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Boyalı bölgenin alanı 8 birimkare olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun yerel maksimum noktasının ordinatı, yerel minimum noktasının ordinatından kaç fazladır?

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı azalan ve sürekli bir  $f$  fonksiyonu için

$$f(0) = 7$$

$$f(2) = 6$$

$$f(4) = 5$$

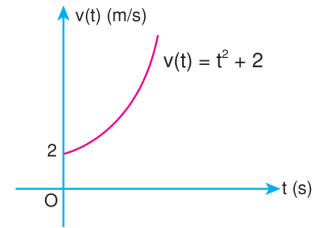
olduğuna göre

$$\int_0^4 f(x) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 15      B) 18      C) 22      D) 24      E) 27

4. Şekilde  $v(t) = (t^2 + 2)$  m/s bağıntısıyla hareket eden bir hareketlinin hız-zaman grafiği gösterilmiştir.



Buna göre bu hareketlinin ilk 6 saniyede aldığı yol kaç metredir?

- A) 36      B) 48      C) 60      D) 72      E) 84

5. Bir hareketlinin herhangi bir  $t$  anındaki hızı  $V(t) = (t^2 + 4t)$  m/sn. dir.

Bu hareketlinin harekete başladığı andan itibaren 3 saniyede aldığı yol kaç metredir?

- A) 27      B) 30      C) 32      D) 35      E) 36



6.  $\int_0^3 [\sqrt{9-x^2} - (3-x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{9}{2}(1-\frac{\pi}{2})$  B)  $\frac{9}{4}(\pi-2)$   
C)  $9(\pi-\frac{1}{4})$  D)  $\frac{9}{4}(2-\pi)$   
E)  $\frac{9}{2}(\pi-2)$

7.  $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{3\pi}{4}$  C)  $\frac{9\pi}{4}$  D)  $3\pi$  E)  $9\pi$

8.  $\int_0^2 \sqrt{16-x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{4\pi}{3}$  B)  $\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$  C)  $\frac{4\pi}{3} + 4\sqrt{3}$   
D)  $\pi + 2\sqrt{3}$  E)  $\pi + 4\sqrt{3}$

9.  $\int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - 2) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\pi$  B)  $\pi - 4$  C)  $\pi - 8$   
D)  $2\pi$  E)  $2\pi - 4$

10.  $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2} - x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{16}$  B)  $\frac{\pi}{8}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

11.  $\int_0^6 (\sqrt{36-x^2} - 6 + x) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $3\pi$  B)  $9\pi$  C)  $9\pi - 18$   
D)  $9\pi + 9$  E)  $9\pi + 8$

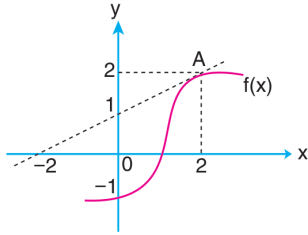


1.  $\int x\sqrt{x-1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{5}{2} \cdot \sqrt{(x-1)^2} + \frac{3}{2} \cdot \sqrt{(x-1)^3} + c$   
 B)  $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{(x-1)^5} - \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(x-1)^3} + c$   
 C)  $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{(x-1)^5} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(x-1)^3} + c$   
 D)  $\frac{5}{2} \cdot \sqrt{(x-1)^2} - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(x-1)^3} + c$   
 E)  $\frac{2}{5} \cdot \sqrt{(x-1)^5} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(x-1)^3} + c$

2. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x)$  fonksiyonunun  $(2, 2)$  noktasındaki teğeti çizilmiştir.



Buna göre

$$\int_0^2 x \cdot f''(x) dx$$

integralinin eşiti kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

3.  $\int_7^{13} f(x) dx = 40$

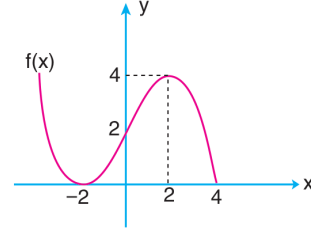
olduğuna göre

$$\int_8^{20} f\left(\frac{x}{2} + 3\right) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20      B) 40      C) 60      D) 80      E) 100

4. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre

$$\int_{-2}^2 (f'(x) - x) dx$$

integralinin eşiti kaçtır?

- A) -2      B) 0      C) 2      D) 4      E) 6

5.  $y = f(x)$  fonksiyonunun 1 ve 2. sıradan türevleri bir fonksiyondur.  $f(x)$  in  $x = 1$  ve  $x = 3$  absisli noktalarındaki teğetlerinin eğimi sırasıyla 1 ve  $\sqrt{3}$  tür.

Buna göre

$$\int_1^3 f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D) 2      E) 4

6.  $f(x) = x^2 - 2x + 2$

olduğuna göre

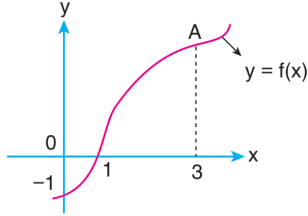
$$\int_0^2 d(f(x))$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4



7. Aşağıda dik koordinat düzleminde gerçekte sayılarda tanımlı ve türevli  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^3 f'(x) dx = 4$$

olduğuna göre A noktasının ordinatı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

8.  $\int_{-1}^0 x^2 \cdot (x+1)^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

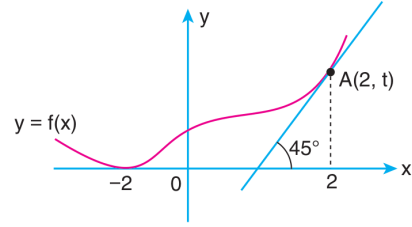
- A)  $\frac{1}{60}$       B)  $\frac{1}{30}$       C)  $\frac{1}{20}$       D)  $\frac{1}{15}$       E)  $\frac{1}{12}$

9.  $\int_{2023}^{2024} (x-2022) \cdot (x-2021) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{5}{6}$       B)  $\frac{14}{3}$       C)  $\frac{23}{6}$       D)  $\frac{29}{6}$       E)  $\frac{35}{3}$

10.



Şekilde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $f(x)$  in  $x = 2$  apsisli noktasındaki teğetinin  $x$  eksenine yapacağı açı  $45^\circ$  dir.

Buna göre

$$\int_{-2}^2 2 \cdot f'(x) \cdot f''(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1      B) 0      C) 1      D) 2      E) 4

11.

$$\int_3^{10} f(x-1) dx = 6$$

olduğuna göre

$$\int_1^2 x^2 \cdot f(x^3 + 1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 6      D) 12      E) 18

12.

$$\int_m^n (2x-5) dx = 44 \text{ ve}$$

$$m + n = 6$$

olduğuna göre  $n$  kaçtır?

- A) 15      B) 20      C) 25      D) 30      E) 35



1.  $\int_{-2}^4 f(x) dx = 10$

olduğuna göre

$$\int_{-3}^0 f(2x+4) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5      B) 8      C) 10      D) 15      E) 20

2.  $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 1 \\ x-1 & , x \geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre

$$\int_0^3 x \cdot f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{32}{3}$       B)  $\frac{16}{3}$       C)  $\frac{8}{3}$       D)  $\frac{4}{3}$       E)  $\frac{2}{3}$

3.  $\int_{-1}^5 |-x^2 + 3x + 4| dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{22}{3}$       B)  $\frac{32}{3}$       C)  $\frac{52}{3}$       D)  $\frac{71}{3}$       E)  $\frac{73}{3}$

4.  $\int_0^4 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 10      B) 8      C) 6      D) 4      E) 2

5.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x}} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 6\sqrt{x} + c$       B)  $\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + c$   
C)  $x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + c$       D)  $\frac{1}{3}x\sqrt{x} - 6\sqrt{x} + c$   
E)  $\frac{4}{3}x\sqrt{x} - 6\sqrt{x} + c$

6. Doğrusal olarak hareket eden bir cismin zamana bağlı hız fonksiyonu  $V(t) = (3t^2 - 2t)$  m/sn. dir.

Buna göre bu cismin  $t_1 = 2$  sn. ve  $t_2 = 6$  sn. arasında aldığı yol kaç metredir?

- A) 152      B) 158      C) 164  
D) 170      E) 176







7.  $f(t)$ , bir çimento fabrikasında üretime başlanılan aydan  $t$  ay sonra üretilen toplam çimento miktarını ton cinsinden ifade etmektedir.

Bu fabrikanın ilk 4 aydaki üretim hızı

$f'(t) = (600 + 3t)$  ton/ay ile belirtilmiştir.

Üretimin  $f'(t)$  hızıyla devam ettiği düşünülerek fabrikanın 4 ay boyunca ürettiği çimento miktarı kaç tondur?

- A) 2352      B) 2376      C) 2400  
D) 2424      E) 2448

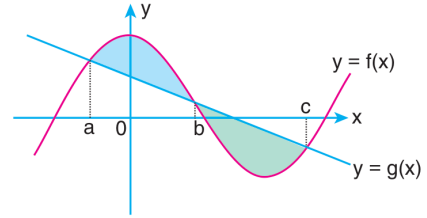
8.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$  eğrisi,  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = 2$  doğruları ve  $x$  eksenine ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1      B)  $\frac{5}{4}$       C)  $\frac{3}{2}$       D) 2      E)  $\frac{5}{2}$

9.  $y = x^2 + 2$  ve  $y = 10 - x^2$  eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 21      B)  $\frac{64}{3}$       C)  $\frac{65}{3}$       D) 22      E)  $\frac{67}{3}$

10.



Grafikte verilen  $y = f(x)$  eğrisi ve  $y = g(x)$  doğrusu ile sınırlanmış mavi boyalı bölgenin alanı  $5 \text{ br}^2$ , yeşil boyalı bölgenin alanı  $8 \text{ br}^2$  dir.

Buna göre

$$\int_a^c [f(x) - g(x)] dx$$

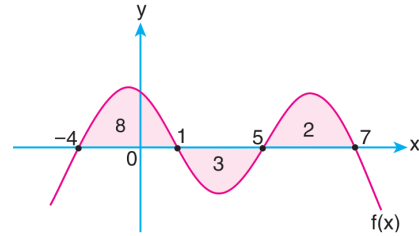
integralinin değeri kaçtır?

- A) -13      B) -3      C) 3      D) 13      E) 18

11.  $y = x^2$  parabolü ve  $x + y = 12$  doğrusu ile sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 16      B)  $\frac{33}{2}$       C)  $\frac{103}{6}$       D)  $\frac{52}{3}$       E)  $\frac{343}{6}$

12.  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir. Boyalı bölgelerin alanları üzerlerine birimkare türünden yazılmıştır.



Buna göre

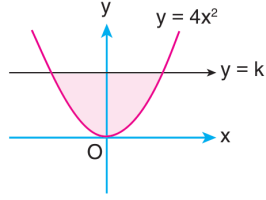
$$\int_{-4}^7 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 13      E) 15



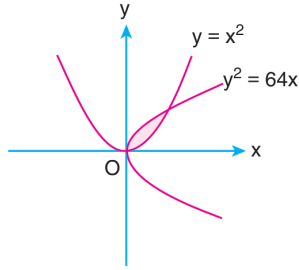
1. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = 4x^2$  parabolü ve  $y = k$  doğrusunun grafiği verilmiştir.



$y = 4x^2$  parabolü ve  $y = k$  doğrusu arasında kalan alan  $\frac{2}{81} \text{ br}^2$  olduğuna göre  $k$  kaçtır?

- A) 6 B) 3 C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{9}$

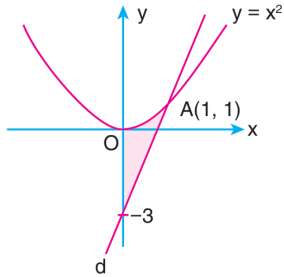
2.



Denklemleri  $y = x^2$  ve  $y^2 = 64x$  olan eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{64}{3}$  B) 21 C)  $\frac{40}{3}$  D)  $\frac{32}{3}$  E) 10

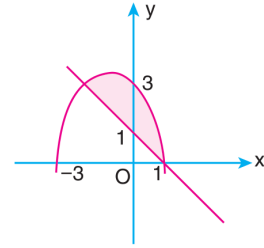
3. Şekilde  $y = x^2$  parabolü ile  $A(1, 1)$  noktasında kesişen  $d$  doğrusunun grafiği verilmiştir.



Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{10}{3}$  B) 3 C)  $\frac{8}{3}$  D) 2 E)  $\frac{4}{3}$

4.



Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3 B)  $\frac{9}{2}$  C) 6 D)  $\frac{15}{2}$  E) 9

5.  $y = x^3$  eğrisi,  $x = -3$ ,  $x = 2$  doğruları ve  $x$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

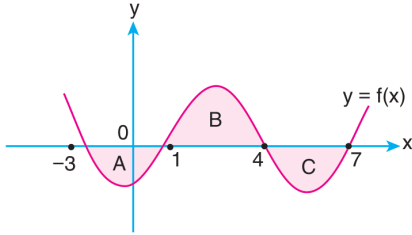
- A)  $\frac{15}{2}$  B)  $\frac{25}{2}$  C)  $\frac{61}{4}$  D)  $\frac{97}{4}$  E) 25

6.  $y = x^2$  ve  $y = |x|$  fonksiyonlarının sınırladığı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{2}{3}$  E) 1



7. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



A, B ve C içinde bulundukları bölgelerin birimkare türünden alanlarıdır.

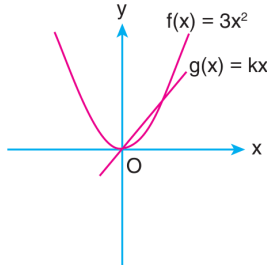
Yukarıdaki grafiğe göre

$$\int_{-3}^7 4[f(x) + |f(x)|] dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $A - B$       B)  $B + 4C$       C)  $A + 4C$   
D)  $4B + C$       E)  $8B$

8. Şekilde  $f(x) = 3x^2$  parabolü ile  $g(x) = kx$  doğrusunun grafiği verilmiştir.



$f(x) = 3x^2$  parabolü ve  $g(x) = kx$  doğrusunun sınırladığı bölgenin alanının  $\frac{125}{2} br^2$  olması için  $k$ 'nin değeri kaç olmalıdır?

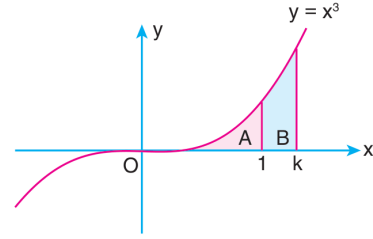
- A) 10      B) 12      C) 15      D) 18      E) 20

9.  $\int_0^1 [\sqrt{1-x^2} - (1-x)] dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi-2}{4}$       B)  $\frac{\pi-3}{4}$       C)  $\frac{2\pi-3}{4}$   
D)  $\frac{4-\pi}{4}$       E)  $\frac{\pi+2}{4}$

10.



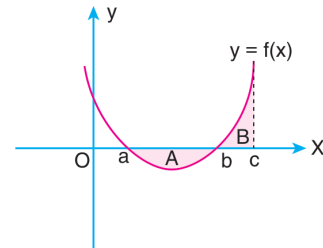
Şekilde  $y = x^3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- $y = x^3$  eğrisi,  $x = 1$  doğrusu ve  $x$  eksenini ile sınırlı pembe boyalı bölgenin alanı  $A br^2$  dir.
- $y = x^3$  eğrisi,  $x = 1$ ,  $x = k$  doğruları ve  $x$  eksenini ile sınırlı mavi boyalı bölgenin alanı  $B br^2$  dir.
- A ve B arasında  $5A = 4B$  bağıntısı vardır.

Buna göre  $k$  kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C)  $\sqrt{3}$       D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       E) 1

11.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $a$ 'dan  $b$ 'ye kadar  $f(x)$  eğrisi ve  $x$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanı  $A br^2$ ,  $b$ 'den  $c$ 'ye kadar  $f(x)$  eğrisi,  $x = c$  doğrusu ve  $x$  eksenini ile sınırlı bölgenin alanı  $B br^2$  dir.

$$\int_a^b f(x) dx = -21 \text{ ve } \int_b^c f(x) dx = -6$$

olduğuna göre  $B$  kaçtır?

- A) 9      B) 12      C) 15      D) 18      E) 21



1.  $\int \frac{(2\sqrt{x}-1)^3}{\sqrt{x}} dx$

integralinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{8}(2\sqrt{x}+1)^4 + c$       B)  $\frac{1}{4}(2\sqrt{x}+1)^4 + c$   
C)  $\frac{1}{8}(2\sqrt{x}-1)^4 + c$       D)  $\frac{1}{4}(2\sqrt{x}-1)^4 + c$   
E)  $\frac{1}{2}(2\sqrt{x}-1)^4 + c$

2.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\int_{-1}^1 (x^2 + 2mx + m) dx = \frac{14}{3}$$

olduğuna göre m kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

3.  $f'(x) = \int (3x^2 + 2x - 1) dx$

eđitliđi veriliyor.  $f(x)$  fonksiyonuna  $x = 1$  apsisli noktadan çizilen teğetin eğimi  $-2$ 'dir.

Buna göre  $f(2) - f(1)$  farkı kaçtır?

- A) 2      B)  $\frac{19}{12}$       C)  $\frac{14}{13}$       D)  $-\frac{14}{13}$       E)  $-\frac{19}{12}$

4. Her noktasındaki teğetinin eğimi o noktadaki apsisinin 2 katına eğit olan  $f(x)$  eğrisi  $x$  eksenini  $x = -1$  apsisli noktada kesmektedir.

Buna göre  $f(x)$  eğrisi aşağıdaki noktaların hangisinden geğer?

- A) (4, 3)      B) (3, 2)      C) (2, 1)      D) (1, 0)      E) (0, 1)

5.  $f$  fonksiyonunun türevi ( $f'$ ) pozitif gerđer sayılarda tanımlıdır.

•  $\int f'(x) \cdot f''(x) dx = 2x$

•  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = 1$  apsisli noktasındaki teğetinin eğimi 4'tür.

Buna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = 6$  apsisli noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

6.  $\int \frac{\sqrt{x-2}}{3\sqrt{x-2}} dx$

integralinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3\sqrt{(x-2)^3} + c$       B)  $3\sqrt[3]{(x-2)^2} + c$   
C)  $\sqrt[6]{(x-2)^7} + c$       D)  $\frac{7}{6}\sqrt[6]{(x-2)^7} + c$   
E)  $\frac{6}{7}\sqrt[6]{(x-2)^7} + c$



7. Dik dairesel silindir şeklindeki bir mumun uzunluğu 25 cm'dir.



$t$ , saniye türünden süreyi göstermek üzere mumun erime hızı

$$V(t) = -3\sqrt{t} \text{ (m/sn.)}$$

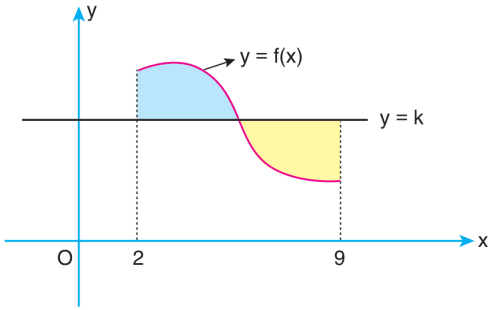
biçiminde tanımlanmıştır.

Bu mum yakıldıktan 4 sn. sonra söndürülmüştür.

**Buna göre mumun söndürüldüğü andaki boyu kaç santimetredir?**

- A) 6      B) 8      C) 9      D) 12      E) 16

8.  $k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = k$  doğrusu ile  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



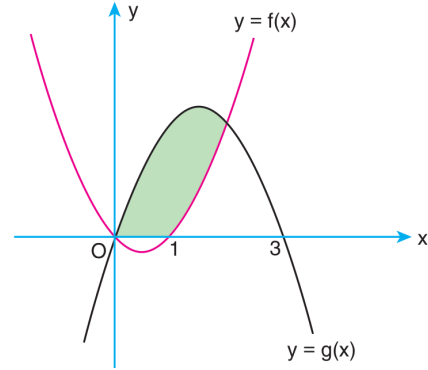
Şekildeki mavi bölgenin alanı sarı bölgenin alanından  $1 \text{ br}^2$  fazladır.

$$\int_{\frac{2}{3}}^3 f(3x) dx = 5$$

**olduğuna göre  $k$  kaçtır?**

- A)  $\frac{7}{2}$       B) 3      C)  $\frac{5}{2}$       D) 2      E)  $\frac{3}{2}$

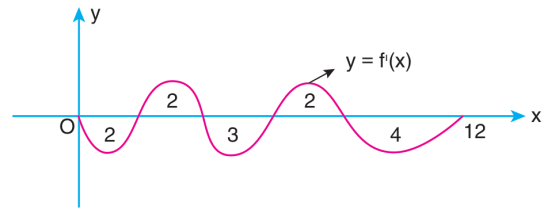
9. Dik koordinat düzleminde  $f(x) = x^2 - x$  ve  $g(x) = -x^2 + 3x$  fonksiyonlarının grafikleri ile  $x$  ekseninde kalan boyalı bölge aşağıda verilmiştir.



**Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

- A) 2      B)  $\frac{5}{2}$       C) 3      D)  $\frac{7}{2}$       E) 4

10. Dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun türevinin ( $f'$ )  $[0, 12]$  aralığındaki grafiği verilmiştir.



$f'(x)$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  ekseninde kalan bölge alanları şekilde gösterilmiştir.

**$f(0) = 1$  olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $[0, 12]$  aralığında kaç farklı kökü vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

1.  $m$  ve  $n$  gerçek sayılar olmak üzere gerçek sayılarda sürekli bir  $f$  fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} 9 - 3x^2, & x < 1 \\ mx + n, & x \geq 1 \end{cases}$$

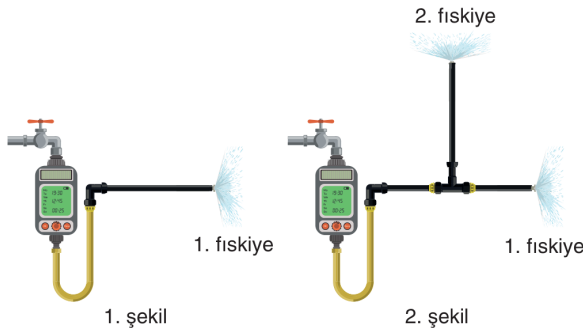
biçiminde tanımlanıyor.

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_1^4 f(x) dx$$

olduğuna göre  $m$  kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{4}$  B)  $-\frac{1}{2}$  C)  $-1$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $1$

2. Bir evin bahçesine bağlanan musluktan akan suyun basıncı sadece 1. fışkiye kullanıldığında 3 bardır. (1. şekil)



1. fışkiye borusuna belli bir noktadan 2. fışkiye borusu bağlanmış (2. şekil) bu durumda borulardan akan suyun basıncı düşeceği için suyun musluktan çıkış basıncı artırılmıştır. 1. fışkiye borusuna 2. fışkiye borusu bağlandığı andan itibaren musluk açıldığında geçen  $x$  süre (dakika) sonunda suyun musluktan çıkış basıncı  $B(x)$  fonksiyonu ile modellenmiştir.

$$\frac{dB}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$$

olduğuna göre 2. fışkiye borusu bağlandığı anda musluk açılırsa 16 dk. sonunda suyun musluktan çıkış basıncı kaç bardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

3.  $\int_0^1 \frac{(5x-1)^4}{(3x+1)^6} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{80}$  B)  $\frac{1}{40}$  C)  $\frac{1}{20}$  D)  $\frac{1}{10}$  E)  $1$

4.  $m$  ve  $n$  pozitif doğal sayılar,  $k$  tam sayı olmak üzere

$$\int (x+1) \cdot (1-x)^{2024} dx = \frac{(1-x)^m}{m} + k \cdot \frac{(1-x)^n}{n} + c$$

olduğuna göre  $m + k - n$  ifadesinin değeri en çok kaçtır?

- A)  $-2$  B)  $-1$  C)  $0$  D)  $1$  E)  $2$

5.  $\int f(2x-3) dx$

integralinin eşitini bilen bir öğrenci

I.  $\int x^2 \cdot f(x^3 + 1) dx$

II.  $\int 5 \cdot f(x+1) dx$

III.  $\int f(x^2 - 2) \cdot x dx$

ifadelerindeki integrallerden hangilerinin eşitini hesaplayabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III  
D) II ve III E) I, II ve III

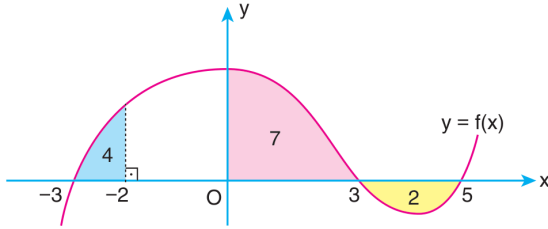


6.  $\int f'(4-2x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{2} f(4-2x) + c$  B)  $\frac{1}{2} f(4-2x) + c$   
C)  $f(4-2x) + c$  D)  $f(2x-4) + c$   
E)  $2f(4-2x) + c$

7. Aşağıda dik koordinat düzleminde verilen  $y = f(x)$  fonksiyonu ile x eksenini arasında kalan alan dört bölgeye ayrılmıştır.



Mavi bölgenin alanı  $4 br^2$ , pembe bölgenin alanı  $7 br^2$  ve sarı bölgenin alanı  $2 br^2$  dir.

$$\int_{-1}^{\sqrt{3}} x \cdot f(x^2 - 3) dx = 3$$

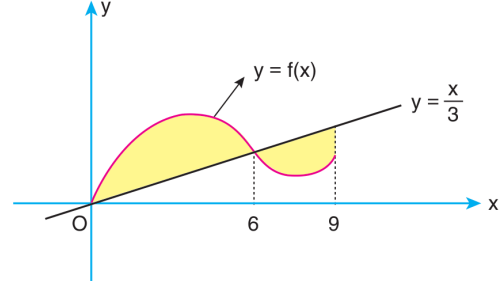
olduğuna göre

$$\int_{-3}^5 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

8. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $[0, 9]$  aralığında  $y = f(x)$  ve  $y = \frac{x}{3}$  doğrusunun grafikleri verilmiştir.

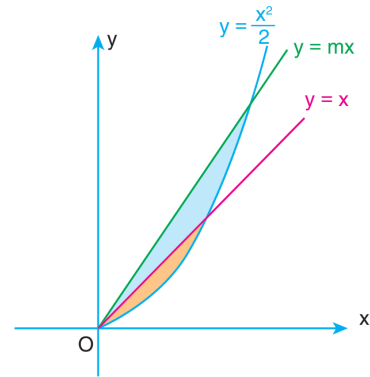


$$\int_0^6 f(x) dx = 14 \text{ ve } \int_6^9 f(x) dx = \frac{9}{2}$$

olduğuna göre boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

9.  $m \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere dik koordinat düzleminde  $y = mx$  doğrusu ile  $y = \frac{x^2}{2}$  eğrisi tarafından sınırlanan bölge  $y = x$  doğrusu ile aşağıdaki şekildeki gibi iki bölgeye ayrılmıştır.



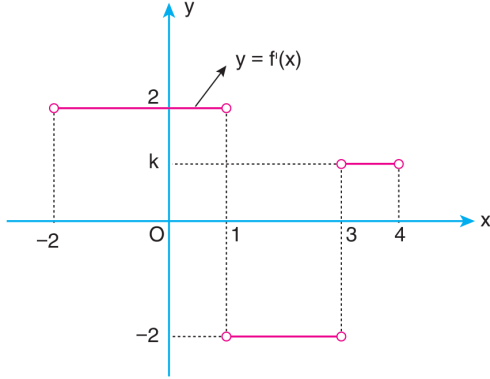
Mavi bölgenin alanı turuncu bölgenin alanının 26 katıdır.

Buna göre m kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2



1.  $[-2, 4]$  aralığında sürekli ve  $(-2, 1)$ ,  $(1, 3)$  ve  $(3, 4)$  aralıklarının her birinde türevlenebilir bir  $f$  fonksiyonunun türevinin  $(f')$  grafiği aşağıda dik koordinat düzleminde verilmiştir.



$0 < k < 2$  olmak üzere  $f(-2) = 4$ 'tür.

Buna göre  $f(4)$  aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 3,9 B) 4,7 C) 5,8 D) 7,5 E) 8,1

2. Bir  $f(x)$  fonksiyonunun  $[a, b]$  aralığında ortalama değişim oranı  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  ile hesaplanır.  
 $f(x)$  fonksiyonunun  $[1, 4]$  aralığında ortalama değişim oranı 2'dir.

$$\int_1^4 x \cdot f'(x) dx = \int_1^4 f(x) dx$$

olduğuna göre  $f(4)$  kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3.  $f$  türevlenebilir bir fonksiyondur.  
•  $f$  fonksiyonunun  $A(3, 4)$  noktasındaki teğetinin eğimi  $-1$ 'dir.  
•  $f$  fonksiyonunun türevi orijine teğet bir parabol belirtmektedir.

Buna göre  $f(-3)$  kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4.  $P(x)$  ikinci dereceden bir polinom olmak üzere  
•  $P(x)$  in katsayılar toplamı 2'dir.  
•  $P'(x) = P''(x) + 4x + 3$ 'tür.

Buna göre  $P(2)$  kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = x^2 + 2$   
parabolünün  $x = 1$  apsisi noktasındaki teğet doğrusu  $y = g(x)$ 'tir.

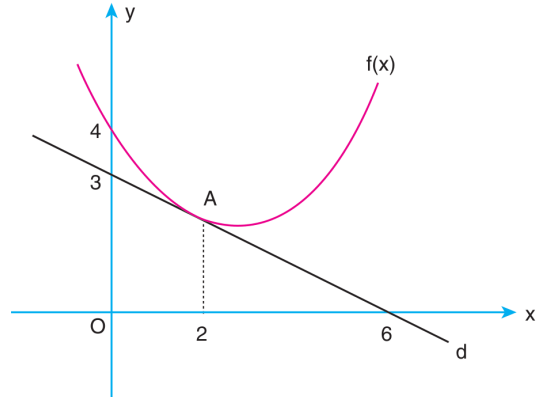
Buna göre

$$\int \frac{dx}{\sqrt{g(x)}}$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sqrt{2x+1} + c$  B)  $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + c$   
C)  $\sqrt{2x-1} + c$  D)  $\frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + c$   
E)  $\sqrt{3x+1} + c$

6. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  eğrisinin ve  $d$  doğrusunun grafikleri verilmiştir.



$d$  doğrusu  $A(2, f(2))$  noktasında  $f(x)$  eğrisine teğettir.

Buna göre

$$\int_0^2 x \cdot f''(x) dx$$

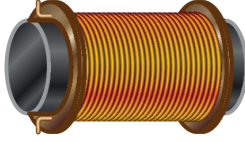
integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2





7. Bir atölyede dik dairesel silindir şeklindeki makaralara bakır teller sarılmaktadır.



$r$  metre türünden silindirin taban yarıçap uzunluğunu,  $T(r)$  silindirin taban alanını göstermek üzere silindire sarılan telin kg cinsinden kütlesi  $K(r)$  fonksiyonu ile

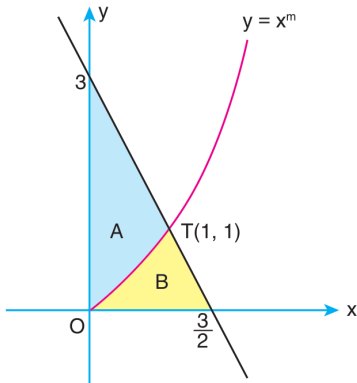
$$K(r) = \int T(r) dr + \int r \cdot d(T(r))$$

biçiminde tanımlanmıştır.

**Buna göre  $r = 3$  m iken makaraya sarılan telin kütlesi,  $r = 2$  m iken makaraya sarılan telin kütlesinden kaç kilogram fazladır?**

- A)  $26\pi$     B)  $23\pi$     C)  $19\pi$     D)  $17\pi$     E)  $6\pi$

8.  $m \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere dik koordinat düzleminde  $2x + y - 3 = 0$  doğrusu ve eksenler arasında kalan üçgensel bölge  $y = x^m$  eğrisi ile aşağıdaki şekildeki gibi iki bölgeye ayrılmıştır.

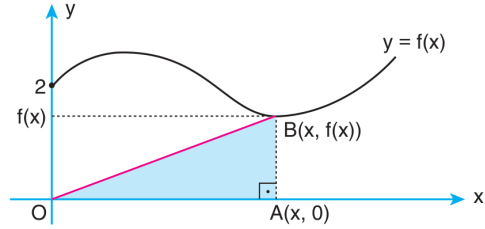


Şekilde A bölgesinin alanı, B bölgesinin alanının  $\frac{20}{7}$  katına eşittir.

**Buna göre  $m$  kaçtır?**

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

9. Aşağıda dik koordinat düzleminde pozitif gerçel sayılarda tanımlı ve pozitif değerler alan, türevlenebilir bir  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$g(x)$  fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}^+$  için köşeleri  $O(0, 0)$ ,  $A(x, 0)$  ve  $B(x, f(x))$  noktaları olan  $OAB$  üçgeninin alanına eşit olacak biçimde bir  $g(x)$  fonksiyonu tanımlanmaktadır.

$$f(2) = 3 \text{ ve } f'(2) = \frac{1}{2}$$

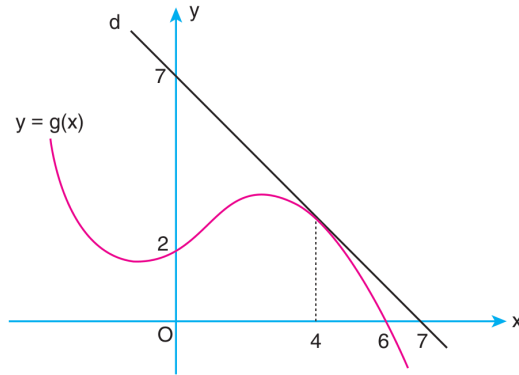
**olduğuna göre**

$$\int_0^2 g'(x) \cdot g''(x) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

- A) 3    B) 2    C)  $\frac{3}{2}$     D) 1    E)  $\frac{1}{2}$

10. Aşağıda dik koordinat düzleminde  $y = g(x)$  eğrisinin ve  $d$  doğrusunun grafikleri verilmiştir.



$d$  doğrusu  $g(x)$  eğrisine  $x = 4$  apsisi noktada teğettir.

$$f(x) = \int_2^{g(x)} (t^2 - 1) dt$$

**olduğuna göre  $f'(4)$  kaçtır?**

- A) -15    B) -8    C) 0    D) 8    E) 15



## CEVAP ANAHTARI

### TÜREVDEN İNTEGRALE GEÇİŞ

#### TEST 1

1.E	2.A	3.B	4.C	5.C	6.B	7.D	8.C	9.E	10.E	11.C	12.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### TEST 2

1.E	2.B	3.D	4.C	5.E	6.B	7.A	8.A	9.E	10.A	11.C	12.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

### DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

#### TEST 1

1.A	2.D	3.E	4.D	5.C	6.B	7.A	8.A	9.C	10.E	11.B	12.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### TEST 2

1.D	2.E	3.A	4.C	5.B	6.B	7.D	8.D	9.A	10.C	11.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

### BELİRLİ İNTEGRAL

#### TEST 1

1.B	2.D	3.A	4.D	5.A	6.B	7.A	8.E	9.E	10.C	11.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

#### TEST 2

1.C	2.D	3.E	4.B	5.D	6.C	7.D	8.D	9.E	10.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

#### TEST 3

1.A	2.C	3.E	4.D	5.C	6.A	7.B	8.B	9.E	10.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

### PARÇALI FONKSİYONLARIN VE MUTLAK DEĞER FONKSİYONLARININ İNTEGRALİ

#### TEST 1

1.A	2.C	3.E	4.E	5.D	6.B	7.C	8.E	9.A	10.B	11.A	12.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

### İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

#### TEST 1

1.A	2.C	3.B	4.D	5.D	6.A	7.C	8.D	9.E	10.E
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

#### TEST 2

1.D	2.A	3.E	4.D	5.C	6.B	7.C	8.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

#### TEST 3

1.B	2.E	3.D	4.C	5.E	6.A	7.B	8.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

### ÇEMBER DENKLEMİ İLE İNTEGRALDE ALAN HESABI

#### TEST 1

1.B	2.E	3.B	4.D	5.C	6.C	7.D	8.D	9.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

### TEK VE ÇİFT FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ VE RIEMANN TOPLAMI

#### TEST 1

1.C	2.C	3.B	4.A	5.E	6.D	7.B	8.C	9.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

### İNTEGRALIN FİZİKSEL YORUMU

#### TEST 1

1.B	2.A	3.B	4.D	5.E	6.B	7.E	8.C	9.C	10.A	11.E	12.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### KARMA TEST 1

1.B	2.C	3.E	4.E	5.A	6.B	7.D	8.C	9.A	10.E	11.C	12.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### KARMA TEST 2

1.D	2.D	3.B	4.C	5.A	6.E	7.B	8.A	9.A	10.B	11.E	12.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### KARMA TEST 3

1.E	2.E	3.C	4.B	5.B	6.D	7.A	8.D	9.A	10.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

#### KARMA TEST 4

1.A	2.C	3.C	4.E	5.A	6.D	7.B	8.E	9.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

#### KARMA TEST 5

1.B	2.B	3.C	4.A	5.E	6.D	7.C	8.D	9.C	10.C	11.B	12.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### KARMA TEST 6

1.A	2.D	3.C	4.E	5.C	6.E	7.D	8.C	9.C	10.B	11.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

#### KARMA TEST 7

1.C	2.E	3.D	4.E	5.A	6.B	7.C	8.B	9.B	10.D	11.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

#### Endemik Test 1

1.E	2.C	3.D	4.D	5.C	6.A	7.B	8.A	9.C	10.C	11.A	12.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### Endemik Test 2

1.A	2.B	3.D	4.D	5.E	6.E	7.D	8.A	9.B	10.B	11.E	12.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

#### Endemik Test 3

1.E	2.A	3.E	4.B	5.D	6.B	7.E	8.C	9.A	10.D	11.C
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

#### Endemik Test 4

1.D	2.A	3.B	4.D	5.E	6.E	7.C	8.D	9.B	10.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

#### Endemik Test 5

1.C	2.A	3.C	4.B	5.E	6.A	7.E	8.B	9.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

#### Endemik Test 6

1.D	2.A	3.C	4.D	5.A	6.D	7.C	8.E	9.C	10.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------